Math. P.
184

R

Ex L. P. Amadei Neumayr
Ord. Erem. S. P. Aug: 1635.

Math. P. 184

Math. P. 184

Mathesis. Systemata & methodi
125.

R

P. BERNARD GRANT, O. S. B
öffentlichen Lehrers der Weltweisheit, und der Chur-
maynz. Gesellschaft nüzlicher Wissenschaften
ordentlichen Mitgliedes.

Anfangsgründe
der
Arithmetic, Geometrie und Trigonometrie,

Zum Gebrauch seiner Zuhörer
entworfen.

Erfurt, verlegts J. F. Weber, Univers. Buchhändl. 1756.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Die Mathematik hat dieses voraus, daß sie ihrem Liebhaber einen gedoppelten Vortheil gewähret. Denn es befördern nicht nur die Sachen, die sie vorträget, die Glükseligkeit des menschlichen Lebens auf unsäglich vielerley Weise, sondern es schärfet auch die Lehrart, die sie bey dem Vortrage beobachtet, den Verstand mehr als man gedenken solte, sie gewöhnet ihn an deutliche Begriffe, sie machet ihn geschikt, daß er vieles im gehörigen Zusammenhange sich vorstellen, dasselbige beurtheilen, und von einer Wahrheit zur andern fortgehen, das ist, die als

wahr erkannte Sätze bey aller Gelegenheit anwenden, das, was ihm zu überlegen vorkommet, darauf bringen, und der Wahrheit weiter nachspüren, oder sie entdecken kan.

Zwar ist diese Lehrart keine andere als diejenige, welche der menschlichen Vernunft am gemässesten ist, und um dieser Ursache willen von der Logik überhaupt vorgeschrieben wird; allein da sie sich nirgend so gut anbringen lässet, als wenn man im Stande ist, den Begriffen eine so grosse Vollständigkeit und Ausführlichkeit, als nur verlanget werden mag, zu geben, so ist sie jederzeit gleichsam als ein Eigenthum der Mathematik angesehen worden, und es zielet die ganze Bemühung aller derer, welche für die Aufnahme der Wissenschaften, das ist, für die Glükseligkeit des menschlichen Geschlechtes arbeiten, bloß darauf ab, wie sie allmählich andere Wissenschaften des vollkommenen Gebrauches dieser Lehrart

ebenfalls fähig machen, oder welches einerley, wie sie die Begriffe von den Sachen, damit dieselbigen beschäftiget sind, zu einem eben so grossen Grade der Deutlichkeit, als in der Mathematik angetroffen wird, erheben möchten.

Weil man vor allen Dingen die Sache, davon man handeln will, kennen, das ist: sie von allen andern unterscheiden, oder auch ihre Eigenschaften wissen muß, so machet die mathematische Lehrart den Anfang mit Definitionibus oder Erklärungen; und weil man bey dem Betrachten einer Erklärung erkennet, daß etwas sey, oder gethan werden könne, so geräth man dergestalt auf Axiomata oder Grundsätze, welche im leztern Falle Postulata heissen. Nimmt man mehrere Erklärungen in Erwegung, so wird der daraus gezogene Saz ein Theorema oder Lehrsaz genennet. Ein solcher hat allemal einen Beweis nöthig. Denn da niemand des andern Gedanken sehen, noch die Gründe, die ihn zu

diesem oder jenem Ausspruche bewogen, sogleich errathen kan, so ist nöthig, daß man ihm dieselbigen in gehöriger Ordnung, das ist: durch Schlüsse, vor Augen lege. Eben darinnen bestehet der Beweis. Waren die Gründe richtig, und es wurde gehörig daraus geschlossen, so hat es mit dem Lehrsatze ebenfalls seine Richtigkeit.

Indem alle Eigenschaften, davon eine richtige Erklärung redet, der Sache wirklich zukommen, so muß es möglich seyn, durch ihre Hülfe unter gewissen Umständen etwas zu thun oder auszuführen. Verlanget man dergleichen von jemanden, so leget man ihm eine Aufgabe vor. Saget er nun wie es anzustellen sey, daß das verlangte erfolge, so giebt er die Auflösung. Kan er nun durch Schlüsse zeigen, daß auf die von ihm angegebene Weise allen Bedingungen der Aufgabe ein Genüge geschehen müsse, so hat er seine Auflösung bewiesen, und sie ist richtig.

Zuweilen kommen Zusätze und Anmerkungen vor. Jene sind eine unmittelbare Folge aus einem vorhergehenden Satze; Diese bringen etwas bey, das zur Erläuterung dienet.

Ueberleget man nun das bisher beygebrachte, so findet man, es beruhe zulezt alles auf den Definitionen. Denn aus diesen werden die Grund- und Lehrsätze hergeleitet. Ferner, indem man erkennet, was daraus erfolgen müsse, wenn gewisse Sachen unter gewissen Umständen miteinander verknüpfet werden, so geben sich die Aufgaben und ihre Auflösung an die Hand; daß aber dieses und nichts anderes erfolget, das beruhet auf den Eigenschaften der Sachen, die man aus den Erklärungen lernet, und ist eben dieses die Ursache, warum jedwede Aufgabe durch den Beweis in einen Lehrsaz verwandelt wird. Nun sind aber die Erklärungen deutliche Begriffe, und da man in der Mathematik die Deutlichkeit derselbigen

auf einen besonders hohen Grad bringen kan, so erhellet nicht nur, warum die bisher beschriebene Methode, in der Mathematik besonders brauchbar sey, sondern auch, warum man sich bemühe, dieselbige anderswo gleichfalls anzubringen.

Es stehen leider! viele, welche entweder von der Mathematik gar keinen Begriff haben, oder doch das, was sie etwa davon wissen, nicht nach der gehörigen Methode gelernet haben, in dem irrigen Wahne, sie schaffe weiter keinen Nutzen, als in soferne die Sachen, die sie vorträget, nüzlich seyn können; Sie halten sich blos an die Auflösung der Aufgaben, lernen sie auf eben dergleichen Weise, als man irgend ein Handwerk lernet, auszüben, und halten den der eben dieses kan, für einen Mathematicum. Dergestalt haben sie von dem Nutzen der Mathematik freylich einen sehr eingeschrenkten Begriff, aber auch einen sehr irrigen, und da dieser Irrthum dem Reiche der Wahrheiten,

ten, folglich auch der Glükseligkeit des menschlichen Geschlechtes weit nachtheiliger fället, als man immermehr gedenken solte, so kan ich nicht umhin, die Falschheit besagter Einbildung, so viel als es die Kürze einer Vorrede leidet, zu zeigen.

Der Nutzen, den die gehörige Erlernung der Mathematik schaffet, ist von einem dermassen grossen ja fast unsäglichem Umfange, daß es zu wünschen wäre, es möchte jedweder Mensch, der eine Fähigkeit hiezu besitzet, sie zu erlernen suchen, gesezt auch, er wäre Willens, sich übrigens auf ganz andere Dinge zu legen, ja nicht einmal zu studiren. Es wäre zu wünschen, sage ich, daß er den Anfang mit der Arithmetik und Geometrie machte, und so weit fortgienge, als seine Umstände es erlauben. Die Ursache ist sehr leicht und begreiflich. Er würde nehmlich seine Vernunft nach der ihr natürlichen Weise üben, er würde seinen Verstand ausschleifen, und ihn zu den Ge-

schäften, dazu er künftig gebrauchet werden solle, geschikt machen. Sehr viele stehen in der seltsamen Einbildung, weil jeder Mensch von Natur Vernunft habe, so sey es nicht nöthig, ihrentwegen viel Mühe anzuwenden, sie sey von selbst hinlänglich genug, und bedürfe sie ja einige Verbesserung, so erhalte sie alles was nöthig, durch die Erfahrung. Es ist dieses eben so weislich geurtheilet, als wenn jemand behaupten wolte, weil jedweder Mensch von Natur Arme habe, so sey er auch ein Fechter, und dürfe er sich nur oft genug herum hauen, so werde er zulezt dem besten Fechtmeister nichts nachgeben. Die Vernunft ist eine Einsicht in den Zusammenhang der Wahrheiten; Da nun jedweder Mensch Vernunft hat, so ist freylich jedweder im Stande, den Zusammenhang irgend einiger Wahrheiten einzusehen. Die Frage ist nur: wie er in den Stand komme, daß er so viel als nöthig, und mit gehöriger Deutlich-

keit einsehen könne? Will er dieses thun, so muß er von den Sachen einen deutlichen Begriff haben, er muß vermögen, sich dieselbigen alle deutlich vorzustellen, und endlich muß er im Stande seyn, einen richtigen Schluß daraus zu ziehen. Woher rühren doch die Fehler, welche in Geschäften des gemeinen Lebens, zum grösten Nachtheile der Fehlenden, täglich vorgehen? Will man der Ursache nachforschen, so wird sie sich bald zeigen. Entweder war man keiner deutlichen Begriffe gewohnet, man unternahm etwas, ohne die Beschaffenheit der Sache recht zu kennen. Oder man war nicht gewonet viele Dinge auf einmal in Ueberlegung zu nehmen, es kamen aber bey dem Geschäfte das man erwog, viele Umstände zusammen, und der Verstand war zu schwach, auf sie alle mit einander Acht zu haben, daher betrachtete er die Sache nur auf einer Seite: oder man begieng einen Fehler im Schliessen. Ja es geschiehet

nicht selten, daß ein Geschäft schlecht behandelt wird, weil es dem Unternehmer an allen dreyen izt erwähnten Geschiklichkeiten fehlet. Daher sehen wir, daß dergleichen Leute sich im allergeringsten nicht zu helfen wissen, sondern bey jedwedem Falle alle ihre Bekannte um Rath fragen, dabey aber ungewisser werden als vorhin. Wie können sie doch so vielerley Rathschläge, und die Güte ihrer Gründe beurtheilen, da ihr Verstand nicht hinreichet, den Zusammenhang der Sache selbst einzusehen? Nach langer Ungewißheit wählen sie endlich gleichsam blindlings, ja gemeiniglich, das allerschlechteste, das ist, dasjenige, was sie einigermassen einsehen können, denn den besten Rath, welcher alle Umstände mit einander in Erwegung ziehet und beurtheilet, sind sie nicht im Stande zu begreifen. Daher fahren sie entweder sehr übel, oder sie sind genöthiget, manches das zu ihren Besten gereichen würde, gar zu unterlassen.

Dem-

Demnach ist es einem jedweden Menschen nöthig, daß er seine Vernunft übe, und seinen Verstand erweitere. Er muß sich gewöhnen um deutliche Begriffe bekümmert zu seyn; Er muß durch beständige Uebung dahin trachten, daß er immer mehr und mehr sich vorstellen, in Erwegung ziehen und beurtheilen könne. Aber eben dieses Beurtheilen erfordert eine richtige Ordnung der Gedanken, zu welcher man ebenfalls nicht anders als durch Uebung gelanget. Sollen nun alle diese Uebungen vorgenommen werden, so muß man sie da vornehmen, wo sie am leichtesten und bequemsten fallen, das ist, durch Erlernung der Mathematik. Hier gelten keine andere als deutliche Begriffe, hier gewöhnet man sich auf alle, auch die geringsten Umstände Acht zu haben, und sie in Erwegung zu ziehen. Je weiter man darinnen fortgehet, je mehr findet man, was zugleich in Erwegung genommen werden muß, daher wird der Ver-

stand allmählig erweitert, und zum Ueberlegen wichtiger, oder verwickelter Dinge geschikt gemacht. Endlich so gewöhnet man sich auch, die Gedanken ordentlich auszuwickeln, und ein richtiges Urtheil zu fällen. Gesezt also, man hätte Zeitlebens die Mathematik selbst, nicht nöthig, so hat man doch die Fertigkeit des Verstandes, und die erweiterte Einsicht der Vernunft, die man bey Erlernung derselbigen erlanget hat, alle Augenblicke nöthig, und man ist im Stande, sein und anderer Leute Bestes auf das kräftigste zu befördern. Die Fertigkeiten der Seele bleiben allemal eben dieselbigen, die Sache damit man umgehet, mag beschaffen seyn wie sie will. Wer mit verwirrten Begriffen zufrieden ist, wer weder genugsam überlegen, noch ordentlich denken kan, der wird im Anordnen seines Hauswesens, seiner Aufführung, und anderer Geschäfte, eben so schlechte Thaten thun, als in der Gelehrsamkeit oder in Wissenschaften.

Wie-

Wiewol es nun an Büchern nicht fehlet, woraus man die Mathematik mit Vortheil und Nutzen erlernen kan, so wird es mir doch, wie ich hoffe, nicht verarget werden, daß ich dieses Werkgen heraus gebe. Meine Absicht ist, die Liebe zur Mathematik unter unsern teutschen Catholicken rege zu machen, oder doch wenigstens nur einen Begriff von der Schäzbarkeit dieser Wissenschaft, und von den Vortheilen, die sie gewähret, so viel mir möglich, weiter auszubreiten. Um das Vorurtheil der vermeynten Schwierigkeit zu heben, habe ich gegenwärtige Anfangsgründe, so kurz als es mir möglich fiel, gefasset, ja indem auch sehr viele die schlechte Beschaffenheit ihrer Umstände vorschützen, warum sie wenig Geld an Bücher wenden könten, manche aber, ihr Geld an eine Waare, davon sie gar keine, oder vielmehr höchst irrige Begriffe haben, nicht legen wollen, so hoffe ich, es solle die geringe Grösse dieses Lehrbüchleins, zu einem Hebungsmittel dieser Hinder-

nisse

nisse dienen. Gleichfalls habe ich es teutsch abgefasset, ohnerachtet mir als einem Ausländer dadurch eine grössere Mühe zugewachsen ist; Indem leider! sehr viele, welche Collegia besuchen, in der teutschen und lateinischen Sprache gleich schlecht bewandert sind, so hat es mir wahrscheinlicher geschienen, daß sie sich in ihrer Muttersprache forthelfen, oder auch zu denen in selbiger vorgetragenen Sachen leichter Lust bekommen würden, als wenn ich mich der lateinischen Sprache bedienete. Ich wünsche, es möchte diese meine geringe Arbeit und wohlmeynende Absicht von einigem Nutzen seyn, und die so vortheilhaftige Lust zur Mathematik bey unserer studirenden Jugend befördern, welches mich denn aufmuntern würde, mit andern Disciplinen gleichfalls fortzufahren. Unterdessen empfehle mich dem Wohlwollen des Lesers. Erfurt den 1. December 1755.

Anfangsgründe der Rechenkunst.

Erklärung.

§. 1.

Die Rechenkunst ist die Wissenschaft der Zahlen.

Erklärung.

§. 2. Eine Zahl entstehet, wenn zwo oder mehr ähnliche Einheiten zusammen gesetzet werden.

Anmerkung.

§. 3. Daher ist jede Zahl anzusehen als ein Ganzes, das aus gewissen Theilen bestehet, das ist, als eine Grösse.

Grundsaz.

§. 4. Mit einer Zahl kann keine andere Veränderung vorgehen, als daß sie entweder vermehret oder vermindert werde.

 Erklä-

Erklärung.

§. 5. Gleiche, oder gleichgrosse Zahlen sind, davon eine so viel Einheiten in sich fasset als die andere; hat eine mehr oder weniger, so sind sie einander ungleich.

Anmerkung.

§. 6. Das Zeichen der Gleichheit sind zween Querstriche =. Das Zeichen einer mehrern Grösse ist >, einer geringern <

Grundsaz.

§. 7. Jedwede Grösse ist ihr selber gleich.

Grundsaz.

§. 8. Jedwede Grösse ist allen ihren Theilen zusammen gleich, folglich auch grösser als jedweder Theil.

Grundsaz.

§. 9. Wenn zwo Zahlen oder Grössen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selbst gleich.

Zusaz.

§. 10. Daher kann auch eine an die Stelle der andern gesetzet werden.

Erklärung.

§. 11. Die Ziffern sind Zeichen, damit man die Zahlen schreibet; sowohl die Ziffern als die Nulle, oder das Zeichen einer ledigen Stelle nennet man mit einem allgemeinen Nahmen Figuren. Diese sind 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Anmerkung.

§. 12. Ohnerachtet wir nicht mehr als diese zehn Figuren gebrauchen, so kann doch jedwede Zahl, sie sey so groß als sie will, damit geschrieben werden.

den. Denn woferne eine Ziffer entweder allein, oder neben andern zu äusserst gegen die rechte Hand stehet, so bedeutet sie Einheiten; in der nächsten Stelle gegen die Lincke, bedeutet sie Zehner; in der dritten zehenmahl so viel Zehner u. s. w. Indem nun der Werth einer Ziffer nach der Ordnung der Stellen zehnfach zunimmet, so darf diese Ordnung nicht verrücket werden, sondern man muß die ledigen Stellen mit der Nulle bemerken. Dergestalt bedeutet 1. in der zweyten Stelle zehn Einheiten, und damit man wisse, daß seine itzige Stelle die zweyte sey, bemercket man die erste mit der Nulle, 10.

Anmerkung.

§. 13. Um das Aussprechen grosser Zahlen zu erleichtern, hat man für einige besondere Nahmen erdacht. Dergleichen Nahmen hat der zehnfache Werth einer Ziffer. Zehnmahl zehn heisset mit einem eigenen Nahmen hundert, zehnmahl hundert heisset tausend, tausendmahl tausend heisset eine Million, Millionmahl Millionen ist eine Billion, tausendmahl tausend Billionen, heisset eine Trillion, u. s. w.

Die 1. Aufgabe.

Eine Zahl auszusprechen.

Auflösung.

§. 14. Theilet die gegebene Zahl vermittelst eines beliebigen Zeichens von der Rechten zur Lincken im Abschnitte, und gebet jedwedem Abschnitte, so lange es angehet, drey Figuren.

2. Ueber die nächste Figur zur lincken Hand, am zweyten Zeichen machet einen Strich, über die näch-

ste am vierten, zween Striche; über die nächste am sechsten, drey, u. s. w.

3. nennet den Werth der Ziffern nach Anweisung der Stelle, die sie haben, mit den dafür erfundenen Nahmen (§. 13.) und machet den Anfang damit zur lincken Hand.

Z. E. ihr sollet folgende Zahl aussprechen,

''' '' '

18. 446. 744. 073. 709. 551. 615.

saget: Achtzehn Trillionen, vierhundert sechs und vierzigtausend siebenhundert vier und vierzig Billionen, drey und siebenzigtausend siebenhundert und neun Millionen, fünf hundert ein und funfzigtausend, sechshundert funfzehn.

Anmerckung.

§. 15. Die Ursache, warum allemahl die siebende Figur mit Strichen bemercket wird, ist diese, weil die Erfinder der Nahmen für grosse Zahlen allezeit bis auf tausendmahl tausend oder eine Million giengen (§. 13.) schneidet man also zur Rechten sechs Stellen ab, so bleiben lauter Millionen übrig; Allein tausendmahl tausend Millionen heissen eine Billion, daher hat man die Zahl der Billionen, wenn zur Rechten zwölf Stellen abgeschnitten sind. Achtzehn abgeschnittene Stellen lassen lauter Trillionen übrig, weil tausendmahl tausend Billionen eine Trillion heissen, u. s. w.

Erklärung.

§. 16. Eine Species der Rechenkunst heisset eine Art der Veränderung, die man mit einer Zahl vornimmt.

Lehrsaz.

§. 17. Es sind nicht mehr als vier Species der Rechenkunst möglich, nehmlich addiren, multipliciren, subtrahiren und dividiren.

Beweis.

Weil jedwede Zahl der andern entweder gleich ist oder nicht (§. 5.) so können keiner Zahl andere zugesetzet werden, als entweder lauter gleiche, oder nicht, daher sind nur zwo Arten der Vergrösserung möglich, multipliciren und addiren. Wiederum, wenn eine Zahl verringert werden solle, so siehet man entweder darauf, daß die neuentstehenden Grössen einander gleich werden sollen, oder nicht, daher sind auch nur zwo Arten der Verringerung, dividiren und subtrahiren. Da nun mit einer Zahl keine andere Veränderung vorgehen kann, als daß man sie entweder vergrössere oder verringere, so sind nicht mehr als vier species der Rechenkunst (§. 16.) möglich.

Anmerkung.

§. 18. Weil die addirten Zahlen ein Ganzes ausmachen, davon jedwede ein Theil ist (§. 3. 8.) so heisset auch addiren eben so viel als eine Zahl finden, welche zwo oder mehr gegebenen gleich ist.

Anmerkung.

§. 19. Das Ganze, das aus mehr zusammen gezählten Zahlen entstehet, nennet man ihre Summe. Das Zeichen der addition ist + und wird durch mehr ausgesprochen.

Grundsaz.

§. 20. Wird gleich grossen Zahlen gleich viel

zugesezt, so sind die neuen Summen einander gleich; Wird gleichviel von ihnen weggenommen, so sind die Reste gleich.

Die 2. Aufgabe.

§. 21. Die Summen einiger Zahlen zu finden.

Auflösung.

Man setze die Zahlen, deren Summe man finden will, also, daß alle Einheiten untereinander, alle Zehner untereinander, u. s. w. stehen (§. 7.)

2. Hierauf zähle man die Einheiten zusammen, und schreibe ihre Summe unter die Stelle der Einheiten; Gleichfals schreibe man die Summe der Zehner unter die Stelle der Zehner u. s. f.

3. Ist die Summe der Einheiten grösser als neune, so schreibe man bloß diesen Ueberschuß unter die Stelle der Einheiten, das übrige zähle man mit den Zehnern zusammen, weil es dahin gehöret; Gleichfals schreibe man nur den Ueberschuß der Zehner unter ihre Stelle, weil das übrige ein Hundert betragen würde, folglich unter die folgende Stelle gehöret. u. s. w.

4. An statt der Summe aller Nullen schreibe man nur eine einzige.

5. Bey genannten Zahlen der Münzen, Gewichte, Maasse u. d. g. gebe man Acht, wie oft die nächste grössere Art in der Summe der Zahlen von der kleinern Art enthalten sey, und setze die Zahl dafür an ihr gehöriges Ort (§. 2.) Z. E.

	Thlr.	Gr.	Pf.
4567	16	20	10
869	40	6	4
23			
5459	57	3	2

Bey

Beweis.

Da die Summe das Ganze ist, so ist sie auch eben so groß als ihre sämtlichen Theile (§. 19.) W. Z. E.

Erklärung.

§. 22. Abziehen, heisset den Unterschied zwoer Zahlen finden, das Zeichen der Subtraction ist ein Querstrich —, und wird durch weniger ausgesprochen.

3. Aufgabe.

§. 23. Eine kleinere Zahl von einer grössern abziehen.

Auflösung.

1. Um besserer Bequemlichkeit willen schreibe man die kleine Zahl unter die grosse.

2. Die untern Einheiten nehme man von den obern weg, die untern Zehner von den obern u. s. w. und schreibe was übrig bleibet unter die Stelle.

3. Ist in irgend einer Stelle unten eine grössere Zahl als oben, so vergrössere man diese leztere. Man entlehne nehmlich aus der folgenden Stelle, welche dafür mit einem Puncte bemerket wird, eins; denn da diese Eins nunmehr zehn gilt, so kann das Abziehen geschehen. Wäre in der nächsten Stelle, oder in mehreren nacheinander folgenden, eine Nulle, so gehe man weiter, bis man entlehnen kann, wornach jede Nulle als eine Neune anzusehen ist.

4. In genannten Zahlen wird die entlehnte Eins auf die Art gebracht, dafür man sie erborget. Das Abziehen geschiehet wie vorhin n. 2. gelehret worden. Z. E.

	Thlr.	Gr.	Pf.
40063	8	4	5
23586	6	7	9
16477	1	20	8

Beweis.

Weil der Unterscheid der Einheiten, der Zehner und der Hunderte gefunden wurde, so wurde auch der Unterscheid des Gantzen gefunden (§. 9.)

Anmerkung.

§. 24. Die Probe auf das addiren und subtrahiren wird am allerbesten gemachet, wenn umgekehrt verfahren wird. Das ist: man ziehe von der Summe zwoer Zahlen eine ab, so muß die andere übrig bleiben. Dagegen setze man der abgezogenen Zahl den gefundenen Unterscheid zu, so muß die grössere Zahl, von welcher man abgezogen, heraus kommen.

Erklärung.

§. 25. Eine Zahl vervielfältigen, heisset dieselbe so oft nehmen, als eine andere gegebene Zahl Einheiten in sich begreift. Das Zeichen dafür ist ein Punct, und wird ausgesprochen, mit, oder mahl, gleichwie in dem so genannten Ein mahl eins zu ersehen.

4. Aufgabe.

§. 26. Eine Zahl durch eine andere vervielfältigen.

Auflösung.

1. Man setze die Factores oder die Zahlen, welche man vervielfältigen will, gehörig unter einander (§. 13. n. 1.) und ziehe darunter einen Strich.

2. Dar-

2. Darunter schreibe man die Producte aus dem äussersten Gliede zur Rechten, das ist, aus der lezten Ziffer von der untern Zahl, in alle Glieder der obern Zahl.

3. Die Zehner eines jedweden Products, zähle man, woferne dergleichen da sind, zu dem folgenden Producte §. 13.

4. Eben also verfahre man mit allen übrigen Gliedern der untern Zahl, also daß jedwede Reihe Producte, unter demselbigen Gliede der untern Zahl, dadurch sie entstehet, ihren Anfang nehme, folglich um eine Stelle weiter gegen die lincke Hand gerücket werde.

5. Haben die Factores am Ende Nullen, so werden sie ohne weitere Umstände dem ersten Product angehänget.

6. Endlich bringe man die sämtlichen Reihen der Producte in eine Summe.

7. Sind genannte Zahlen gegeben, so muß man sie alle zu einer Benennung, das ist, auf die kleineste Art bringen.

```
   45670
     450
--------
 2283500
 18268
--------
20551500
```

Beweis.

Die Zahl, welche vervielfältiget werden sollte, wurde so oft genommen, als der Vervielfältiger Einheiten in sich begriff. W. Z. E.

Erklärung.

§. 27. Eine Zahl mit einer andern theilen, heisset die dritte finden, welche aus eben so vielen Einheiten bestehet, als vielmahl die andere in der ersten enthalten ist. Daher nennet man die gefundene Zahl den Quotienten. Das Zeichen der Theilung sind zween Puncte.

Die 5. Aufgabe.

§. 28. Eine Zahl durch eine andere theilen.

1. Bestehet der Theiler aus einer einzigen Figur oder Ziffer, so setze man ihn gleich unter die erste Figur der zu vertheilenden Summe, oder wenn solche kleiner als er selbst wäre, unter die nächstfolgende, und erwege, wie oft er in der ersten, oder in beyden ersten enthalten sey. Die Zahl, welche dieses anzeiget, und nie grösser als neune seyn wird, schreibe man hinter einen Strich zur rechten Hand.

2. Mit nur besagter Zahl vervielfältige man den Theiler, und ziehe das Product von der getheilten Zahl ab.

3. Hernach rücke man mit den Theilen weiter gegen die Rechte fort, und verfahre wie zuvor. Dieses wiederhole man, so lange die obere Zahl noch grösser ist als der Theiler.

4. Kommet oben eine Figur vor, welche zwar kleiner als der Theiler, dennoch aber die lezte noch nicht ist, so findet das Theilen keine Statt, sondern man schreibet eine Nulle hinter den Strich, und rücket den Theiler weiter fort.

5. Bestehet der Theiler aus mehr als einer Figur, so setze man ihn vor die gegebene Zahl, und ziehe einen Strich, hernach erwege man nicht nur, wie

oft seine erste Figur in der ersten Figur der vorgegebenen Zahl, oder wenn solche kleiner als er selbst wäre, in beyden ersten enthalten sey, sondern auch, ob seine zweyte und dritte auch eben so oft in der zweyten und dritten Figur der vorgegebenen Zahl stecke. u. s. w. Es ist aber dieses leztere leicht zu finden, woferne man den ganzen Theiler mit dem angenommenen Quotienten seiner ersten Figur vervielfältiget, und das Product von den obern Figuren abziehet: denn es darf der Unterschied nie so groß seyn als der Theiler. Wäre das Product zu groß, so verringert man den Quotienten um eins, und verfähret wie zuvor.

6. Gehet die vorgegeebene Zahl in der Theilung nicht völlig auf, sondern es bleibet noch etwas übrig, das kleiner ist als der Theiler, so schreibe man es besonders hinter die Quotienten, und setze nach einem darzwischen gezogenen Striche, den Theiler darunter. Beydes zusammen heisset ein Bruch.

```
I.)   1                    II.)

      4789  (2394 ½        22) 748 (34
      2222                     66
                              ----
                               88
                               88
                              ----
                               00
```

Beweis.

Der Quotient hat eben so viele Einheiten, als vielmal der Theiler in der vorgegebenen Zahl enthalten ist. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 29. Die Probe der Vervielfältigung und Theilung wird gleichfals durch Umkehren vorgenommen, (§. 24.) denn woferne man nach der Multiplication die Summe der sämtlichen Producte durch einen Factorem theilet, so muß der andere heraus kommen. Vervielfältiget man nach vollendeter Division den Quotienten mit dem Theiler, so muß die vorgegebene Zahl heraus kommen, wäre aber nurbesagte Zahl vorher nicht völlig aufgegangen, so muß man zu dem Producte des Quotientens in den Theiler das vorhin übrig gebliebene noch setzen.

Erklärung.

§. 30. Wird eine Zahl als Z. E. zwey mit sich selbst vervielfältiget, so nennet man das Product, vier, ihr Quadrat. Die Zahl selbst, heisset die Wurzel dieses Quadrates.

Erklärung.

§. 31. Wird eine Quadratzahl, Z. E. vier mit ihrer Wurzel vervielfältiget, so heisset das Product 8, die Cubikzahl derselbigen Wurzeln, sie selbst aber ist die Cubikwurzel des neuen Products.

Erklärung.

§. 32. Eine Quadratwurzel ausziehen, heisset eine Zahl finden, welche mit sich selbst vervielfältiget, der gegebenen gleich ist.

Erklärung.

§. 33. Eine Cubikwurzel ausziehen, heisset eine Zahl finden, welche mit ihrem Quadrat vervielfältiget, einer gegebenen Zahl gleich ist.

Anmer-

Anmerkung.

§. 34. Zu Erleichterung des Wurzelausziehens dienet folgendes Täfelgen, welches die Quadrat- und Cubikwurzeln aller Zahlen von 1. bis 9. zeiget.

Wurzel.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubus.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Aufgabe.

§. 35. Aus einer Zahl ihre Quadratwurzel ziehen.

Auflösung nebst daran hängendem Beweise.

1. Man theile die gegebene Zahl von der Rechten zur Linken in Abschnitte, und gebe jedwedem zwo Figuren. Doch kann der lezte zur Linken auch nur eine Figur haben. (§. 34.)

2. Man suche in dem Täfelgen (§. cit.) das Quadrat für die Figuren des ersten Abschnittes zur Lincken, oder das nächst kleinere, das sich davon abziehen lässet. Die Wurzel schreibe man gleich einem Quotienten, hinter einen Strich.

3. Was nach dem Abziehen der Wurzel übrig blieb, das setze man nebst den Figuren des zweyten Abschnittes, wie bey der Division herab.

4. Unter die lezte Figur zur Linken schreibe man den verdoppelten Quotienten, und suche wie oft selbiger darinnen enthalten sey, (§. 28.) den neuen Quotienten setze man erstlich hinter den Strich, und sodann unter die noch übrige Figur des Abschnittes,

den

den man theilet, übrigens erfähret man wie bey der gemeinen Theilung, §. cit. und zwar bey jedwedem noch übrigen Abschnitte auf eben diese Weise. Z. E.

```
5|29  (23
 4
----
 129
  43
 129
----
 000
```

Aufgabe.

Die Cubikwurzel aus einer Zahl ziehen.

§. 36. Man theile erstlich die Cubikzahl in Abschnitte, und gebe jedwedem bis auf den lezten zur linken Hand (§. 34.) drey Figuren.

2. Von dem äussersten Abschnitte zur Linken nehme man die Cubikwurzel, oder ziehe die nächst kleinere davon ab, (§. 34.) und schreibe solche wie einen Quotienten hinter einen Strich. Dieses Vornehmen wird nicht weiter wiederholet.

3. Das Quadrat dieses gefundenen Quotientens dreymahl genommen, schreibe man nach der bey jeden Theilen gewöhnlichen Weise unter die Ziffern des nächst folgenden Abschnittes, und suche wie oft es darinnen enthalten sey.

4. Den neuen Quotienten vervielfältige man mit den Theilen, und schreibe das Product unter die äusserste Figur des Abschnittes zur Linken; Unter die mittlere Figur desselbigen schreibe man das Product aus dem Quadrat des neuen Quotienten, in den dreyfachen vorigen; und endlich schreibe man

unter

unter die äusserste Figur eben dieses Abschnittes zur Rechten den Cubum des neuen Quotienten.

5. Diese drey unter einander gesezte Producte, bringe man in eine Summe, und ziehe sie von den darüber stehenden Figuren der vorgegebenen Zahl ab. Z. E.

```
12|812|904 (234
 8
———————
 4812
(12)..
 36..
  54.
   27
———————
 4167
  645904
  (1587)
  6348
   1104
     64
———————————
  645904
```

Anmerkung.

§. 37. Ist die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat oder Cubus, sondern es bleibet nach vorgenommenem Ausziehen etwas übrig, daraus man die Wurzel nicht genau haben kann, so muß man der Quadratzahl zwo, der Cubikzahl aber drey Nullen zusetzen, und auf das neue wie vorhin verfahren, so findet man die Wurzel in zehn, und nach abermaligem Zusetzen in hundert Theilgen.

Zusaz.

§. 38. Hieraus erhellet, die Probe, ob eine Quadratwurzel nicht ausgezogen sey, bestehe darinnen, daß die gegebene Zahl herauskommt, wenn der Quotient mit sich selbst vervielfältiget, und das übriggebliebene dazu addirt wird. (§. 30.)

Hingegen muß nach dem Ausziehen einer Cubikwurzel, der gefundene Quotient erstlich mit sich selbst, und sodann mit dem was heraus kommet, vervielfältiget, auch wenn etwas übrig blieb, selbiges zu dem Producte addiret werden, (§. 31.)

Zusaz.

§. 39. Sind zehntheilige Quadrat oder Cubikmaasse zu addiren oder zu subtrahiren, so behält man bey jenen nur zwo, bey diesen die drey lezten Ziffern der Summe oder des Unterscheides. Das übrige ist, wie gewöhnlich, im addiren und subtrahiren anzusehen. (§. 21. n. 3. & 23. n. 3.) Bey dem Vervielfältigen oder Theilen verfähret man wie §. 25. und 28. man müsse dann bey dem Product oder Quotienten auf das Quadrat oder Cubum sehen. Z. E. Es sollten addirt werden

Quadratruthen.	Cubische Zahl.
14 28 40	345 672 431
60 90 84	567 804 243
75 19 24	914 476 674

Erklärung.

§. 40. Siehet man bey dem Vergleichen zwoer Zahlen, als Z. E. 2 und 8. blos auf ihren Unterscheid, 6, (§. 22.) so nennet man ihr Verhältniß

hältniß unter sich, ein arithmetisches; siehet man aber darauf, wie oft eine in der andern enthalten sey (§. 27.) so nennet man ihr Verhältniß ein geometrisches.

Anmerkung.

§. 41. Ist bey verschiedenen arithmetischen Verhältnissen einerley Unterscheid der sämtlichen Glieder, und bey geometrischen einerley Quotient oder Verhältnißnahme, so nennet man dergleichen Verhältnisse, ähnliche, und schreibet sie folgender Gestalt 4, 6. 8, 10. und 2: 6 = 4: 12. Im ersten Falle spricht man sie also aus: Um wie viel die erste Zahl kleiner ist als die andere, um so viel ist die dritte kleiner als die vierdte, oder umgekehrt, um so viel die erste grösser ist als die andere, u. s. w. Im andern Falle spricht man: So oft als die erste Zahl die zweyte in sich hält, oder von ihr enthalten wird, eben so oft enthält auch die dritte Zahl die vierdte oder wird von ihr enthalten.

Anmerkung.

§. 42. Zuweilen setzet man nur drey Glieder, sodann nehmlich, wenn das erste zum zweyten sich eben also verhält, wie das nurbesagte zweyte zu dem dritten. Z. E. 2, 4, 6. oder 2, 4, 4, 6. ingleichen 4. 8 = 16, oder 4: 8 = 8: 16. Dergleichen Verhältnisse nennet man stetige, und es entstehet aus ihnen, wenn sie weiter fortgesetzet werden, eine Reihe, (Progression) welche dergestalt entweder arithmetisch oder geometrisch ist.

Zusaz.

§. 43. Erweget man die Beschaffenheit der stetigen

tigen Verhältnisse, so findet man, bey den geometrischen sey das Product des ersten Gliedes in das dritte, gleich dem Quadrate des mittlern; hingegen sey in einer arithmetischen Reihe die Summe der beeden äussersten Glieder, gleich der Summe der mittlern, welche von ihnen gleichweit entfernet sind, oder woferne die Zahl der sämtlichen Glieder von derselbigen Reihe ungleich wäre, dem mittelsten Gliede doppelt genommen.

Lehrsaz.

§. 44. Vervielfältiget man zwey Zahlen mit einer dritten, z. E. 2, und 4, mit 3, so haben die Producte, 6 und 12, eben das Verhältniß gegeneinander, das die vervielfältigten Zahlen selbst unter sich haben.

Beweis.

Das Product (6,) der ersten Zahl (2) enthält diejenige Zahl, damit sie vervielfältiget wurde, nehmlich 3, eben so oft in sich, als besagte erste Zahl Einheiten in sich begreift. Gleichfals ist 3. so oft in dem Product 12. der zweyten Zahl 4, als diese leztere Einheiten begreift. (§. 25) demnach verhalten sich die Producte wie die Factores. Eben also ist es auch mit der Theilung zwoer Zahlen durch eine dritte beschaffen. W. z. E.

Lehrsaz.

§. 45. In einem geometrischen Verhältnisse ist das Product des ersten Gliedes in das vierdte, gleich dem Product des andern in das dritte. z. E.

2 : 4 = 6 : 12
4. 2.

24. 24

Beweis.

Das zweyte Glied des Verhältnisses entstehet aus Vervielfältigung des ersten mit dem Quotienten (§. 40.) und das vierdte aus Vervielfältigung des dritten mit eben diesem Quotienten. Demnach ist das Product des ersten Gliedes mit dem vierdten nichts anders, als das Product aus dem Quotienten oder Verhältnißnahmen in das erste und dritte Glied; nun ist aber das Product aus dem andern und dritten Gliede, gleichfals ein Product aus dem Verhältnißnahmen, in das erste und dritte Glied: daher ist auch das Product des ersten und vierdten Gliedes, gleich dem Product des andern und dritten. W. Z. E.

Zusaz.

§. 46. Daher gehet es an, die Stellen der Glieder in einem Verhältnisse zu verwechseln, das ist, die beeden lezten zuerst, die beeden ersten aber zulezt zu setzen, indem das Verhältniß einmahl bleibet wie das andere.

Aufgabe.

§. 47. Zu zwo gegebenen Zahlen die mittlere zu finden, so mit ihnen ein geometrisch Verhältniß hat.

Auflösung.

Man vervielfältige die gegebenen Zahlen z. E. 12. und 48. miteinander, aus dem Producte ziehe

man die Quadratwurzel, so hat man die gesuchte Zahl. (§. 43.)

Aufgabe.

§. 48. Zu zwo gegebenen Zahlen von einem geometrischen Verhältnisse die dritte zu finden.

Auflösung.

Man vervielfältige die zweyte mit sich selbst, das Product theile man mit der ersten, so ist der Quotient die gesuchte Zahl. Z. E.

$$\begin{array}{l} 3 : 6 \\ \quad\; 6 \\ \hline 3)36\;(12. \end{array}$$

Aufgabe.

§. 49. Zu drey Zahlen, welche in einem geometrischen Verhältnisse stehen, die vierdte zu finden.

Auflösung.

Man nehme die dritte in die mittlere, das Product theile man mit der ersten, so erhält man die gesuchte Zahl zum Quotienten. Z. E.

$$\begin{array}{l} 3 : 6 = 4 : x \\ \quad\; 4 \\ \hline 3)24\,(8. \end{array}$$

Anmerkung.

§. 50. Es führet diese Aufgabe insgemein den Nahmen der Regel de Tri, oder der goldenen Regel, den sie auch ihres ungemeinen Nutzens wegen in der That verdienet. Denn sie kann überal, wo ein geometrisches Verhältniß vorhanden ist, angewendet

werden, dergleichen ist z. E. zwischen der Waare und ihrem Preisse.

Anmerkung.

§. 51. Die Probe auf diese Regel wird gemachet, wenn man die Glieder des Verhältnisses in umgekehrter Ordnung ansetzet, und die Rechnung wiederholet.

Anmerkung.

§. 52. Sind in einem Gliede genannte Zahlen von verschiedener Art vorhanden, so muß man sie vor allen Dingen auf einerley Art bringen. (§. 2. und 21. n. 4.)

Anmerkung.

§. 53. Die insgemein gebräuchliche umgekehrte Regel de Tri ist leicht zu vermeiden, woferne man nur die Glieder des Verhältnisses dergestalt ordnet, daß allemahl zwey von einerley Art auf einander folgen, gleichfalls muß man das erste und andere Glied wegen des Theilers gehörig ordnen, indem, wie jedweder von selbst ermisset, die Grösse des Quotientens bloß auf selbigem beruhet. §. 28.

Anmerkung.

§. 54. Zuweilen kommen fünf Glieder vor. In diesem Falle bringet man sie zuerst in gehörige Ordnung, und sodann suchet man entweder das Verlangte auf zween Sätze, oder welches besser, auf einen einzigen, bey welchem leztern Verfahren man vorläufig zwey Glieder, jedwedes mit dem vorhandenen zweyten von seiner Art vervielfältigen muß. Z. E. Zween Tagelöhner bekommen vor acht Tage sechs Thaler, wie viel muß man dreyen geben,

wenn sie 24. Tage arbeiten? Hier muß man erstlich sehen, wie viel man dreyen für achttägige Arbeit geben müsse.

I.	II.	III.
Tagl. Tagl. Thlr.	Tage Tage Thlr.	
2 : 3 = 6	8 : 24 = 9	2 3 6
6	9	8 24
2) 18 (9	8) 216 (27	16 72
	16	6
	56	16) 432 (27
	56	32
	00	112
		112
		000

Anmerkung.

§. 55. Sind mehr als fünf Glieder vorhanden, gleichwie nicht nur bey Berechnung der Einlage und des Gewinnes einer gemeinschaftlichen Handlung geschehen kann, sondern auch bey Verfertigung einer Arzeney, eines Getränkes, einer Speise aus vielerley Dingen, u. s. w. so muß man die Rechnung so oft wiederholen, als vielerley Arten genannter Zahlen, z. E. andere Summen oder Maasse vorkommen. Dergestalt entstehet allemahl ein neues Verhältniß, so oft der Gewinn oder Schaden für eine Person besonders zu schätzen ist. Daher wird die eingelegte Summe aller Theilhabenden zum ersten Gliede, der Gewinn oder Schaden zum zweyten,

ten, und die Einlage eines jedweden zum dritten, und muß man die Rechnung so oft wiederholen als Theilhabende vorhanden sind, Z. E. drey Kaufleute, A, B, C. gewinnen 180 Thaler.

A gab 300 Thlr.
B. 400
C. 500

12|00 — 3|00 — 18|0
3
12) 54 ($4\frac{6}{12}$ Gewinn des A.
48
6

12|00 — 4|00 18|0
4
12) 72 (6 Gewinn des B.

12 — 5 — 18
5
12) 90 ($7\frac{6}{12}$ Gewinn des C.
84
6

Probe.

Gewinn des A. $4.\ \frac{6}{12}$
Gewinn des B. 6.
Gewinn des C. $7.\ \frac{6}{12}.$

18.

§. 56. Der Gebrauch der Regel de Tri wird erleichtert, wenn es angehet, das erste und andere, oder das erste und dritte Glied (§. 45.) durch einerley Zahl genau zu theilen, folglich kleiner zu machen, denn es kommet einerley Verhältniß heraus, wenn die Quotienten statt der getheileten Glieder gebrauchet werden. (§. 44.)

Erklärung.

§. 57. Wenn eine Zahl in beliebige gleiche Theile getheilet wird, so heisset einer oder mehrere dergleichen Theile ein Bruch des Ganzen, als Z. E. eines Thalers, Pfundes, einer Meßruthe. u. s. w.

Anmerkung.

§. 58. Die über dem Striche stehende Zahl heisset der Zähler, und zeiget, wie viele gebrochene Theile man im gegenwärtigen Falle von dem Ganzen nehme, hingegen zeiget die Zahl unter dem Striche, oder der Nenner, in wie viele Theile das Ganze gebrochen sey. (§. 28. n. 6.)

Anmerkung.

§. 59. Der Werth eines Bruches beruhet auf dem Verhältniß des Zählers zu dem Nenner. Nehmlich, je mehr dieser jenen an Grösse übertrifft, desto geringer ist der Werth des Bruches; denn sodann ist das Ganze in sehr viele, folglich sehr kleine Theilgen gebrochen, und man nimmet im gegenwärtigen Falle nur wenige davon. (§. præc.)

2. Ist der Zähler eben so groß als der Nenner, so ist der Bruch dem Ganzen gleich. (§. cit.)

3. Ist der Zähler grösser als der Nenner, so wird ein solcher Bruch ein **falscher** genennet, weil er mehr gilt als das Ganze.

4. Ist

4. Ist eine Reihe Brüche also beschaffen, daß der Zähler eines jedweden Bruches eben so oft in seinem Nenner enthalten ist, als der Zähler des andern in dem seinigen, so sind alle diese Brüche gleich groß. (§. 44.) Z. E.

$$\frac{2}{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{12} \quad \frac{6}{18} \quad \text{u. s. w.}$$

Zusaz.

§. 60. Wird demnach sowohl der Zähler als der Nenner durch einerley Zahl entweder vervielfältiget oder getheilet, so erhält man einen Bruch von gleichem Werthe mit dem vorigen (§. 44. und 50. n. 4.)

Zusaz.

§. 61. Daher bringet man einen Bruch auf kleinere Zahlen aber von gleichem Werthe, wenn sein Zähler und Nenner durch einerley Zahl, doch also, daß alles aufgehe, getheilet wird. Z. E.

$$5)\ \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Aufgabe.

§. 62. Brüche auf gleiche und gleichgeltende Nenner zu bringen.

Auflösung.

Sind nur zween Brüche da, so nehme man den Nenner eines jedweden in den Zähler des andern, die Nenner aber ineinander selbst, und setze das Product dieser leztern, unter jedwedes Product von jenen. (§. 57.)

2. Sind mehr als zween Brüche vorhanden, so

wird der Zähler und Nenner eines jedweden durch das Product aus den Zählern aller übrigen vervielfältiget. Z. E.

$$\text{I. } \frac{3}{4}\ \frac{4}{5} = \frac{15}{20}\ \frac{16}{20} \quad \text{II. } \frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4} = \frac{12}{24}\ \frac{16}{24}\ \frac{18}{24}$$

Anmerkung.

§. 63. Bey dem addiren und subtrahiren der Brüche verfähret man wie oben (§. 21. und 23.) gelehret worden, es sey dann, daß man sie vorher auf einerley Benennung bringen müsse. (§. pr.)

Aufgabe.

§. 64. Einen Bruch durch einen andern vervielfältigen. Z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{4}$

Auflösung.

Man nehme sowohl die Nenner als die Zähler ineinander, das Product ist der vervielfältigte Bruch.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Beweis.

Vervielfältigte man die blosen Nenner, (2) des Bruches $\frac{2}{3}$) mit dem Nenner 3, des Bruches $\frac{3}{4}$ so käme der Bruch $\frac{6}{3}$ heraus, welcher dreymahl so groß wäre als der Bruch $\frac{2}{3}$, indem nehmlich Brüche von einerley Nenner sich eben so verhalten wie diese, (§. 59.) und 6 zu 2 eben so ist wie 3 zu 1, (§. 41.) Nun soll aber der Bruch $\frac{2}{3}$ nicht mit 3, sondern mit $\frac{3}{4}$ das ist mit dem vierdten Theile des Nenners 3 vervielfältiget werden (§. 49) folglich ist das Product $\frac{6}{3}$ viermahl grösser als es seyn sollte,

und

und man muß machen, daß es nur den vierdten Theil so groß werde, dieses aber geschiehet, wenn der Nenner 3 mit dem Nenner 4. vervielfältiget wird.

Indem man den Nenner 3. viermahl so groß machet, so wird sein Werth viermahl gebrochen, darum weil der Werth eines Bruches auf dem Verhältnisse seines Zählers und Nenners gegeneinander beruhet, und der Werth desto kleiner wird, je grösser das Verhältniß ist. (§. 59.) Wenn man also die Nenner und Zähler der Brüche ineinander nimmet, so werden sie in der That kleiner, indem 6 zu 12, oder 1 zu 2, ein grösseres Verhältniß hat, als 2 zu 3, daher ist auch der Werth des Bruches $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$ kleiner als der Werth des Bruches $\frac{2}{3}$ welcher vervielfältiget werden sollte.

Aufgabe.

§. 65. Brüche miteinander theilen.

Auflösung.

Man bringe die Brüche vorläufig auf einerley Benennung (§. 53.) wenn solche verschieden ist.

2. Hernach theile man den Zähler des einen durch den Zähler des andern. Z. E.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{6} = \frac{18}{24} \div \frac{4}{24} = 4\frac{1}{2}$$

Beweis.

Bey Brüchen von gleicher Benennung, wird einer in dem andern so oft enthalten, als sein Zähler in dem Zähler des andern enthalten ist, (§. 59.) daher muß man vor allen Dingen die Brüche auf gleiche Benennung bringen.

Eine

Eine andere Auflösung nebst ihrem Beweise.

Man kehre den Theiler $\frac{1}{6}$ um, und schreibe dafür $\frac{6}{1}$ sodann nehme man die Nenner ineinander, und die Zähler ebenfalls, die Producte geben den getheilten Bruch $\frac{18}{4} = 4\frac{1}{2}$ denn es ist, wie aus dem Beyspiele zu sehen, eben dasselbige Verfahren, auch eben derselbige Quotient: Hieraus erhellet, das Theilen der Brüche sey in der That eine Vervielfältigung, indem der Bruch $\frac{18}{4}$ einen grössern Werth hat, als $\frac{3}{4}$. Die Ursache ist, weil das Theilen dem Vervielfältigen allemahl entgegen gesetzet wird; nun ist aber das Vervielfältigen der Brüche eigentlich eine Theilung, (§. pr.) daher ist ihre Theilung in der That eine Vervielfältigung.

Anmerkung.

§. 66. Wie viel der Werth eines Bruches betrage, wenn ein gewisses Maas für ein Ganzes angenommen wird, das erhellet, wenn der Werth des besagten Ganzen durch den Zähler des Bruches vervielfältiget, und das Product mit dem Nenner getheilet wird. Z. E. $\frac{3}{6}$ eines Thlrs.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3 \\ \hline 6)\ 72\ (12 \text{ Grl.} \end{array}$$

Anmerkung.

§. 67 Hat man mit Ganzen und Brüchen ineinander zu verfahren, so ergiebet es sich aus dem bisher angezeigten von selbst, man müsse in einem solchen Falle bloß auf den Zähler sehen.

Er-

Erklärung.

§. 68. Wenn zwo Reihen Zahlen eine im geometrischen, die andere im arithmetischen Verhältnisse nebeneinander fortlaufen, so nennet man die leztern die Logarithmos oder Exponenten der ersteren Z. E.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Lehrsatz.

§. 69. Wenn der Logarithmus von 1. 0. ist, so giebt die Summe der Logarithmorum den Logarithmum für das Product ihrer miteinander vervielfältigten Zahlen.

In einer Reihe stetiger geometrischen Verhältnisse sind die Producte der beeden äussersten und der beeden gleichweit von ihnen entferneten mittleren Glieder, einander gleich. (§. 42.) Es ist aber aus Betrachtung beeder (§. 68.) beygebrachten Reihen klar, daß die Logarithmi Z. E. 2, und 4. gewisser Zahlen, (4, 16) wenn man sie zusammenzählet, dem Logarithmo 6, einer andern Zahl (64) gleich sind, zwischen welcher und eins die beeden mittlern liegen, da nun besagte Zahl durch das Theilen mit eins keine Veränderung leidet, so bleibet eben diejenige Zahl, darunter man 6. die Summe der beeden Logarithmen schrieb, gleich dem Producte der von eins und 64. gleichweit entferneten Zahlen.

Zusaz.

§. 70. Auf gleiche Weise, wenn der Logarithmus (2) des Theilers (4) von dem Logarithmo

(5) der gegebenen Zahl (32) abgezogen wird, so bleibet der Logarithmus (3) des Quotienten, (8)

2. Zusaz.

§. 70. Und weil das Quadrat aus Vervielfältigung einer Zahl mit sich selbst entstehet (§. 30.) folglich seine Factores einander gleich sind, (§. 25.) so erhellet, es gebe der halbe Logarithmus des Quadrates den Logarithmum der Wurzel, gleichwie hingegen eben dieser zweymahl genommen, den Logarithmum des Quadrates gebe.

3. Zusaz.

§. 72. Wiederum, da der Cubus drey gleiche Factores hat, (§. 31.) so giebt sein Logarithmus mit 3. getheilet, den Logarithmum seiner Wurzel.

4. Zusaz.

§. 72. Will man demnach die Logarithmos in die Regel de Tri setzen, so ziehet man von der Summe der Logarithmorum für das zweyte und dritte Glied, den Logarithmorum für das erste ab.

5. Zusaz.

§. 73. Und da man einen Bruch wegen des Verhältnisses des Nenners zu seinem Zähler (§. 58. 59.) als eine gegebene Zahl mit ihrem Theiler ansehen kann, so verfähret man dabey fast eben also, wie §. 70. gezeiget worden, es sey denn, wie oft geschiehet, der Theiler grösser als die zu theilende Zahl oder der Zähler, denn sodann ziehet man den Logarithmum des Zählers ab vom Logarithmo des Nenners, und setzet vor den Rest das Zeichen — der Subtraction §. 23.

6. Zu=

6. Zusaz.

§. 75. Man siehet aus den vorigen §§. worunter die Logarithmi die Multiplication in eine Addition, die Division in die Subtraction, das Ausziehen der Quadratwurtzel in Theilen mit zwey, das Ausziehen der Cubikwurzel in Theilen mit drey, die Weitläuftigkeit mit den Brüchen, in subtrahiren verwandeln.

Anmerkung.

§. 76. Dieses wenige mag von Logarithmis vorizt genug seyn, ein mehreres wird in der Trigonometrie vorkommen, da wir von ihrem Gebrauche handeln werden.

Anmerkung.

§. 77. Weil viel daran gelegen ist, daß man leicht multipliciren könne, so habe ich das sogenannte Einmahl eins angehänget.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	3	9	12	15	18	21	24	27	30
		4	16	20	24	28	32	36	40
			5	25	30	35	40	45	50
				6	36	42	48	54	60
					7	49	56	63	70
						8	64	72	80
							9	81	90
								10	100

Das grosse Ein mahl eins.

2 mahl 11 sind 22
2 mahl 12 sind 24
2 mahl 13 sind 26
2 mahl 14 sind 28
2 mahl 15 sind 30
2 mahl 16 sind 32
2 mahl 17 sind 34
2 mahl 18 sind 36
2 mahl 19 sind 38
2 mahl 20 sind 40

3 mahl 11 sind 33
3 mahl 12 sind 36
3 mahl 13 sind 39
3 mahl 14 sind 42
3 mahl 15 sind 45
3 mahl 16 sind 48
3 mahl 17 sind 51
3 mahl 18 sind 54
3 mahl 19 sind 57
3 mahl 20 sind 60

4 mahl 11 sind 44
4 mahl 12 sind 48
4 mahl 13 sind 52
4 mahl 14 sind 56
4 mahl 15 sind 60
4 mahl 16 sind 64
4 mahl 17 sind 68
4 mahl 18 sind 72
4 mahl 19 sind 76
4 mahl 20 sind 80

5 mahl 11 sind 55
5 mahl 12 sind 60
5 mahl 3 sind 65
5 mahl 14 sind 70
5 mahl 15 sind 75
5 mahl 16 sind 80
5 mahl 17 sind 85
5 mahl 18 sind 90
5 mahl 19 sind 95
5 mahl 20 sind 100

6 mahl 11 sind 66
6 mahl 12 sind 72
6 mahl 13 sind 78
6 mahl 14 sind 84
6 mahl 15 sind 90
6 mahl 16 sind 96
6 mahl 17 sind 102
6 mahl 18 sind 108
6 mahl 19 sind 114
6 mahl 20 sind 120

7 mahl 11 sind 77
7 mahl 12 sind 84
7 mahl 13 sind 91
7 mahl 14 sind 98
7 mahl 15 sind 105

7 mahl

7 mahl 16 sind 112
7 mahl 17 sind 119
7 mahl 18 sind 126
7 mahl 19 sind 133
7 mahl 20 sind 140

---

8 mahl 11 sind 88
8 mahl 12 sind 96
8 mahl 13 sind 104
8 mahl 14 sind 112
8 mahl 15 sind 120
8 mahl 16 sind 128
8 mahl 17 sind 136
8 mahl 18 sind 144
8 mahl 19 sind 152
8 mahl 20 sind 160

---

9 mahl 11 sind 99
9 mahl 12 sind 108
9 mahl 13 sind 117
9 mahl 14 sind 126
9 mahl 15 sind 135
9 mahl 16 sind 144
9 mahl 17 sind 153
9 mahl 18 sind 162
9 mahl 19 sind 171
9 mahl 20 sind 180

10 mahl 11 sind 110
10 mahl 12 sind 120
10 mahl 13 sind 130
10 mahl 14 sind 140
10 mahl 15 sind 150
10 mahl 16 sind 160
10 mahl 17 sind 170
10 mahl 18 sind 180
10 mahl 19 sind 190
10 mahl 20 sind 200

---

11 mahl 11 sind 121
11 mahl 12 sind 132
11 mahl 13 sind 143
11 mahl 14 sind 154
11 mahl 15 sind 165
11 mahl 16 sind 176
11 mahl 17 sind 187
11 mahl 18 sind 198
11 mahl 19 sind 209
11 mahl 20 sind 220

---

12 mahl 12 sind 144
12 mahl 13 sind 156
12 mahl 14 sind 168
12 mahl 15 sind 180
12 mahl 16 sind 192
12 mahl 17 sind 204
12 mahl 18 sind 216

12 mahl 19 sind 228
11 mahl 20 sind 240

13 mahl 13 sind 169
13 mahl 14 sind 182
13 mahl 15 sind 195
13 mahl 16 sind 208
13 mahl 17 sind 221
13 mahl 18 sind 234
13 mahl 19 sind 247
13 mahl 20 sind 260

14 mahl 14 sind 196
14 mahl 15 sind 210
14 mahl 16 sind 224
14 mahl 17 sind 238
14 mahl 18 sind 252
14 mahl 19 sind 266
14 mahl 20 sind 280

15 mahl 15 sind 225
15 mahl 16 sind 240
15 mahl 17 sind 255
15 mahl 18 sind 270
15 mahl 19 sind 285
15 mahl 20 sind 300

16 mahl 16 sind 256
16 mahl 17 sind 272
16 mahl 18 sind 288
16 mahl 19 sind 304
16 mahl 20 sind 320

17 mahl 17 sind 289
17 mahl 18 sind 306
17 mahl 19 sind 323
17 mahl 20 sind 340

18 mahl 18 sind 324
18 mahl 19 sind 342
18 mahl 20 sind 360

19 mahl 19 sind 361
19 mahl 20 sind 380

20 mahl 20 sind 400

und also unendlich fort.

Anfangsgründe der Meßkunst.

Erklärung.

§. 1.

Die Meßkunst ist eine Wissenschaft, welche mit der Ausdehnung zu schaffen hat.

Anmerkung.

§. 2. Weil die Ausdehnung ein dreyfaches Maas hat, nehmlich die Länge, Breite und Dicke, so kan sie entweder nach allen drey Maassen, oder nach zweyen, oder nach einem einzigen betrachtet werden.

Erklärung.

§. 3. Wird die Ausdehnung nach dem dreyfachen Maasse betrachtet, so heisset sie ein Solidum oder Cörper; nach der Länge und Breite, heisset sie eine Fläche; nach der blossen Länge ohne Breite und Dicke, heisset sie eine Linie. Ein Punct wird ohne alle Länge, Breite und Dicke angenommen.

Zusaz.

§. 4. Weil also ein Punct keines Maasses fähig ist, so kan die Meßkunst nur drey Theile haben.

Erklärung.

§. 5. Derjenige Theil der Meßkunst, welcher von Linien handelt, führet die Benennung der Euthymetrie. Die Meßkunst der Flächen, wird Epipedometrie genennet. Die Meßkunst der Cörper, Stereometrie.

Erklärung.

§. 6. Eine Linie wird beschrieben, wenn sich ein Punct fortbeweget. Behält er in seiner Bewegung immer einerley Richtung, so beschreibet er eine gerade Linie; Aendert er sie aber beständig, so beschreibet er eine krumme Linie.

Zusaz.

§. 7. Daher kan eine krumme Linie angesehen werden, als ob sie aus einer Menge unendlicher kleiner gerader Linien bestünde.

Erklärung.

§. 8. Messen heisset das Verhältnis einer Grösse gegen eine andere bekannte finden.

Anmerkung.

§. 9. Das Verhältnis der Länge, wird nach einem beliebigen Maasstabe angegeben. Die Meßkünstler haben die Abtheilung desselbigen in zehen beliebet; dahingegen das gemeine oder rheinländische Maas immer mit zwölf getheilet wird. Also hat eine geometrische Ruthe zehn Schuhe, ein Schuh zehn Zolle, ein Zoll zehn sogenannte Linien u. s. w. Das Zeichen einer Ruthe ist eine Nulle, des Schuhes ein Strich, des Zolles zween Striche, der Linie, drey. Die Länge selbst, wird auf dem Papiere mit Hülfe eines Lineales angedeutet, auf Stein oder Holz durch Aufschnellen einer in Farbe getunkten Schnur, auf dem Felde, durch ausgesteckete Stäbe.

Erklärung.

§. 10. Zwo oder mehr Linien, welche überall gleichweit von einander entfernet bleiben, heissen einander gleichlaufend, oder parallel. Nimmet die Grösse ihrer Entfernung beständig ab, so heissen sie nähernde, (convergentes) nimmet sie beständig

zu,

zu, so heissen sie auseinander laufende Linien, (divergentes.)

Erklärung.

§. 11. Fället eine Linie also auf eine andere, daß sie sich auf keine Seite mehr als auf die andere neiget, so heisset sie perpendicularis, oder senkrecht; durchschneidet sie aber dieselbige, so heisset sie verticalis, oder stehend, und die andere horizontalis, oder Wasserrecht. fig. 1.

Erklärung.

§. 12. Wenn zwo Linien in einem Puncte zusammen stossen, so machen sie einen Winkel. fig. 2. Der Vereinigungspunct heisset die Spitze oder Scheitel des Winkels (vertex), die beeden Linien heissen seine Schenkel (crura).

Anmerkung.

§. 13. Eine Linie wird sowol am Anfange als am Ende mit einem Buchstaben bezeichnet. Dergestalt bekommet ein Winkel drey Buchstaben, darunter der an der Spitze befindliche, beeden Linien gemeinschaftlich ist, und deswegen allemal in der Mitte stehet.

Erklärung

§. 14. Der Winkel, den eine senkrechte Linie (§. 11.) machet, heisset ein rechter fig. 1. Jedweder Winkel, welcher kleiner ist als ein rechter, wird spitzig genennet fig. 2. ein grösserer heisset stumpf. fig. 3.

Zusaz.

§. 15. Weil durch das Durchschneiden zwoer Linien zwey Paar Winkel entstehen, so unterscheidet man

man sie durch besondere Nahmen, dergestalt heissen A C B und K E gleichscheiteliche, oder verticales, A C D und B C E sind ihre Nebenwinkel, (contigui) und umgekehrt fig. 4.

Erklärung.

§. 16. Wird ein Winkel durch die dritte Linie geschlossen, so entstehet ein Dreyek, welches nach Beschaffenheit des Winkels entweder recht- oder spitzig- oder stumpfwinkelicht ist. (§. 14.)

Erklärung.

§. 17. Sind alle drey Seiten eines Dreyeckes gleich groß, so heisset es **gleichseitig**; sind nur zwo Seiten einander gleich, so ist es gleichschenkelich, (æquicrurum, oder Isosceles), ist keine der andern gleich, so entstehet ein **ungleichseitiges**. (Scalenum)

Erklärung.

§. 18. Eine Figur die vier rechte Winkel mit vier gleichgrossen Seiten E F G H fig. 5. einschliesset, nennet man ein Quadrat. Sind zwar die vier Winkel allemiteinander rechte, von den Seiten aber, bloß die gegen über stehenden, gleich groß, so heisset die Figur ein Rectangulum, (länglichtes Vierek) A B D C fig. 6. Sind die Seiten zwar gleich, die Winkel aber keine rechte, so ist es ein Rhombus. (Raute) A B C D fig. 7. Sind nur die gegenüberstehenden Seiten einander gleich, die Winkel aber keine rechte, so ist die Figur ein Rhomboides, (länglichte Raute) I K L M fig. 8. Alle übrige vierseitige Figuren heissen Trapezia, und

wenn

wenn die gegenüber stehende Seiten mit einander gleich laufen, heissen sie Parallelogramma.

Erklärung.

§. 19. Alle Figuren, welche mehr als vier Winkel haben, heissen Polygona, (Vielecke). Fünf Winkel machen ein Pentagonum, (Fünfek) Sechse, ein hexagonum (Sechsek) u. s. w. Sind die Seiten einander gleich, und die Winkel ebenfalls, so sind es reguläre Figuren; wo nicht, irreguläre.

Erklärung.

§. 20. Eine Cirkelfläche wird von einer in sich selbst laufenden krummen Linie, die von ihrem Mittelpuncte C fig. 9. allezeit gleichweit entfernet bleibet, eingeschlossen.

Anmerkung.

§. 21. Die einschliessende Linie heisset in Absicht auf die eingeschlossene Fläche, die Peripherie, (Umkreiß) sonst aber nennet man sie selbst auch einen Cirkel.

Anmerkung.

§. 22. Weil eine solche krumme Linie als jetzt erkläret worden, entstehet, wenn eine Linie sich um den unbeweglichen Mittelpunct beweget, so siehet man von selbst, daß alle Linien, die man aus dem Mittelpuncte an die Peripherie ziehen kan, und radii genennet werden, einander gleich seyn müssen.

Erklärung.

§. 23. Eine gerade Linie, welche von einem Puncte der Peripherie B durch den Mittelpunct C, bis an einen andern Punct der Peripherie, D, gezogen wird, heisset der Diameter des Cirkels, (Durchmesser.) Gehet sie von einem Puncte der

Peripherie zum andern, aber ohne den Mittelpunct zu durchschneiden, so heisset sie eine Sehne, (Chorda) und der zwischen beeden Puncten befindliche Theil des Cirkels, heisset ein Bogen, (Arcus,) E F G fig. 9.

Anmerkung.

§. 24. Damit man die Grösse dieser Bogen durch ein gemeinschaftliches Maaß angeben könne, theilet man jedweden Cirkel in 360 Theile, die man Grade nennet. Jedweder Grad hat wieder 60 Minuten, jedwede Minute 60. Secunden, u. s. w. Das Zeichen für sie, ist wie bey dem Längenmaasse (§. 9.)

Erklärung.

§. 25. Wenn ein Winkel mit seiner Spitze an die Peripherie eines Cirkels stösset, so heisset er angulus ad peripheriam. Stösset sie an den Mittelpunct des Cirkels, so heisset er angulus ad Centrum.

Erklärung.

§. 26. Dasjenige Stük einer Cirkelfläche, welches von einer Sehne und ihrem Bogen eingeschlossen ist, heisset ein Segmentum, (Abschnitt) E F G fig. 9. Dasjenige, welches von zween radiis E C, G C, und dem Zwischenbogen E F G eingeschlossen ist, heisset ein Sector, (Ausschnitt.)

Zusaz.

§. 27. Daher ist das Maas eines Winkels, der Bogen, welcher aus seiner Spitze, und zwischen seinen Schenkeln beschrieben wird, und weil ein Cirkel so viele Grade hat als der andere, (§. 24.) so haben auch alle Bogen, die man aus eben derselbi-

gen Spitze, und zwischen eben denselbigen Schenkeln beschreibet, gleich viele Grade.

Anmerkung.

§. 28. Um die Zahl dieser Grade zu wissen, gebrauchet man den sogenannten Transporteur. Man leget nehmlich seinen Mittelpunct an die Spitze des Winkels, und giebt Acht, wie viele Grade die Schenkel abschneiden. fig. 10. Soll ein solcher Winkelmesser auf dem Felde gebrauchet werden, so machet man ihn, wie leicht zu erachten, grösser, giebt ihm ein Gestelle, und ein bewegliches Lineal mit Durchsichten. Sein Durchmesser ist gleichfals mit Durchsichten versehen. In diesem Zustande träget er einen eigenen Nahmen, und heiset Instrumentum goniometricum, oder Astrolabium.

Grundsaz.

§. 29. Auf jedweder geraden Linie kan aus einem Puncte derselbigen ein halber Cirkel beschrieben werden.

Grundsaz.

§. 30. Zwischen zween Puncten kan nicht mehr als eine einzige gerade Linie gezogen werden. (§. 6.)

Grundsaz.

§. 31. Figuren, davon jedwede die andere decket, sind einander gleich. Sind sie einander gleich, so decket auch eine die andere.

Erklärung.

§. 32. Aehnliche Figuren sind, welche auf einerley Art entstehen.

Anmerkung.

§. 33. Dergleichen Figuren sind: der Cirkel, das Quadrat, das gleichseitige Viereck. (§. 18. 20.)

Zusaz.

§. 34. Zwischen ähnlichen Figuren hat kein anderer Unterscheid Plaz als die Grösse. Zwischen gleichen, kein anderer als der Ort, oder die Zahl.

Lehrsaz.

§. 35. Die zween Nebenwinkel auf einer Linie machen alle beede zusammen 180. Grade.

Beweis.

Weil auf der Linie A B aus dem Puncte C ein halber Cirkel gesetzet werden kan (§. 29.) so sind die Winkel A C D und D C B, Winkel am Mittelpuncte. (§. 25.) Es ist aber das Maas jedweden Winkels der Bogen der aus seiner Spitze, und zwischen seinen Schenkeln beschrieben wird, (§. 27.) folglich ist der Bogen A D das Maas des Winkels A C D, und der Bogen D B ist das Maas des Winkels D C B. Da nun beede Bogen zusammen genommen, einem halben Cirkel gleich sind, (per construct.) ein ganzer Cirkel aber 360. Grade hat, (§. 24.) so sind 180. Grade das Maas der beeden Nebenwinkel A C D, und D C B. W. Z. E. fig. 11.

Zusaz.

§. 36. Demnach ist das Maas eines rechten Winkels 90. Grad oder ein Quadrant, und es können um den Mittelpunct eines Cirkels nicht mehr als vier rechte Winkel seyn.

Zusaz.

§. 37. Dergestalt wird der Werth eines Winkels bekannt, woferne der Werth seines Nebenwinkels

kels bekannt ist, indem der leztere nur von 180. abgezogen wird.

Lehrsaz.

§. 38. Wenn zwo Linien einander durchschneiden, so sind die gleichscheitelichen Winkel (verticales) A C B und D C E, ingleichen B C E und A C D einander gleich.

Beweis.

Die beeden Nebenwinkel A C B und A C D sind gleich 180 Graden, (§. 35.) eben so sind auch die beeden Winkel A C D und D C E 180. Graden gleich. (§. eod.) Da nun die beeden Summen A C B + A C D, und A C D + D C E einander gleich sind, A C D aber, sich selbst gleich ist, Arith. (§. 13.) so bleibet beederseits ein gleicher Rest übrig, nehmlich von jener Summe A C B, von dieser D C E, wenn von beeden gleich viel, nehmlich A C D abgezogen wird. Folglich sind A C B und D C E einander gleich. W. Z. E. fig. 4.

Anmerkung.

§. 39. Daher darf man unter zween gleichscheitelichen Winkeln nur denjenigen messen, zu welchem man kommen kan, so ist der andere ebenfalls bekannt.

Aufgabe.

§. 40. Einen Winkel machen, der einem gegebenen gleich sey.

Auflösung.

1. Es sey der Winkel in Graden gegeben. In diesem Falle träget man die verlangte Zahl Grade vermittelst des Winkelmessers (§. 28) auf.

2. Ist

2. Ist die Anzahl der Grade unbekannt, so wird sie erstlich mit Hülfe des Winkelmessers erforschet, und sodann übergetragen.

3. Weil diese beede Arten mehr mechanisch sind, so kan mit blosem Zirkel und Lineal ein gleiches verrichtet werden. Man mache aus der Spitze C des Winkels A C B den Bogen A B, und mit gleicher Eröfnung des Cirkels auf der Linie D C den beliebig grossen Bogen D E. Sodann nehme man die Wechselentfernung der Puncte A B, trage sie aus D auf den Bogen D E, und ziehe durch den angewiesenen Punct die Linie F C, so wird der Winkel F C D dem Winkel A C B gleich seyn. fig. 12.

Beweis.

Weil das Maas eines Winkels der Bogen ist, welcher aus seiner Spitze zwischen seinen Schenkeln gezogen wird, (§. 27.) dieses Maas aber in beeden Winkeln gleich groß ist, per constr. so sind auch beede Winkel gleich groß.

Lehrsaz.

§. 41. Es sey in zween Dreyecken A B C und a b c fig. 13.

1. A B = a b, B C = b c und B = b, oder
   A B = a b, A C = a c, B = b.
2. B = b, A = a, und A B = a b.
3. A B = a b, B C = b c, C A = c a.

so sind in jedwedem Falle die Dreyecke einander ganz gleich.

Beweis.

Weil bey diesen Dreyecken, wenn sie aufeinander gele-

geleget würden, die gleichnahmigen Winkel und Seiten auf einerley Puncte fallen, so decken sie einander, folglich sind sie einander gleich. (§. 31.)

Zusaz.

§. 42. Daher entstehet aus drey gegebenen Linien immer eben dasselbige Dreyek, man setze sie zusammen wie man wolle.

Aufgabe.

§. 43. Auf einer gegebenen Linie ein gleichseitiges Dreyek aufzurichten.

Auflösung.

Man nehme die Länge der Linie A C, und mache damit aus C den Bogen A B, aus A den Bogen C B. Aus dem Durchschneidungspuncte ziehe man Linien nach A und C, so hat man ein gleichseitiges Dreyek. fig. 14.

Beweis.

Der Bogen A B welcher aus dem Puncte C mit der Länge A C beschrieben wird, ist ein Theil eines Cirkels. (§. 23.) Daher sind auch die Linien A C und B C, welche er abschneidet, radii, eben desselbigen Cirkels, folglich einander gleich. (§. 22.) Auf gleiche Weise wird auch bewiesen, daß A B = A C. Da nun dergestalt A B und B C einander gleich sind, Arithm. (§. 14.) so sind alle drey Seiten einander gleich. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 44. Eine Linie der andern gleichlaufend (parallel) zu ziehen.

Auflö-

Auflösung.

Man ziehe aus A und B Bogen die einander in E durchschneiden. Ein gleiches thue man mit eben derselbigen Eröfnung des Cirkels aus D und C. Durch die Durchschneidungspuncte E und F ziehe man eine Linie, so wird sie der Linie A C gleich laufen. fig. 15.

Beweis.

Wenn aus E nach A und B Linien gezogen würden, so bekäme man ein gleichseitiges Dreyek (§. præc.) ingleichen aus F nach D und C. Nun ist aber A B = D C, per Constr. folglich alle Seiten beeder Dreyecke, jedwede der andern gleich. Daher ist auch der Punct E von der Linie A C eben so weit entfernet als der Punct F. Es bekommet aber die neugezogene Linie eben dieselbe Entfernung von A C, welche beede Puncte haben, folglich lauft sie ihr gleich (§. 10.) W. Z. E.

Anmerkung.

§. 45. Man pfleget zum Zeichen der Parallellinien ein eigenes Werkzeug zu gebrauchen, das man ein Parallellineal nennet. Es bestehet aus zwey Linealen, die sich allezeit gleichweit verschieben, weil sie mit zwey gleichlangen Queerbändern verbunden sind. fig. 16. Es sind aber die Linien, die man auf dergleichen Weise ziehet, dem Zweifel wegen ihrer Richtigkeit ziemlich leicht unterworfen, indem das Holz durch Wärme, Kälte u. s. w. wie bekannt, sehr leicht eine Veränderung leidet.

Aufgabe.

Wenn zwo Seiten gegeben sind, ein gleichschenkliches Dreyek zu machen.

Auflö-

Auflösung.

§. 46. Es seyen die gegebenen Seiten = den Linien A B, und B C. Man mache mit der Länge der einen Linie, Z. E. A B, aus B und C zween Bogen die einander durchschneiden; Aus dem Durchschneidungspuncte D ziehe man nach B und C Linien, so hat man das gleichschenkeliche Dreyek B D C. fig. 17.

Beweis.

Weil D B = D C per constr. so ist das Dreyek gleichschenkelich. (§. 17.)

Zusaz.

§. 47. Man siehet hieraus, wie ein Dreyek zusammen gesetzet werde, wenn seine drey Seiten gegeben sind.

Lehrsaz

§. 48. Ein Dreyek kan nicht mehr als einen rechten Winkel haben.

Beweis

Weil ein Dreyek nicht mehr als drey Winkel hat, so müsten seine beeden rechten Winckel, man ordne sie auch, wie man wolle, allemahl einen gemeinschaftlichen Schenkel haben. Daher wären ihre andern parallel; indem sie nun keinen Winkel machen könten (§ 10) so kan kein Dreyek mehr rechte Winkel als einen haben. W. Z. E.

Zusaz.

§. 49. Demnach kan ein Dreyek aufgesezt werden, wenn seine zween Winkel nebst ihrer gemeinschaftlichen Seite gegeben sind.

Zusaz

Zusaz.

§. 50. Gleichfals kan das Dreyek verfertiget werden, wenn zwo Seiten nebst ihrem gemeinschaftlichen Winckel, (angulo intercepto) gegeben sind.

Aufgabe.

§. 51. Die Entfernung zweyer Orte voneinander zumessen, zu deren jedwedem man aus einem beliebigen Stande kommen kan.

Auflösung.

Es seyen die Orte A. und B. der gewählte Stand C, fig. 18. Man messe die Linie A C. (§. 9.) und verlängere sie um dieses Maas nach a, also daß C a = C A. Ein gleiches thue man mit B C. nach b. so ist a b = A B. misset man folglich ab, so weis man die Entfernung beeder Orte voneinander.

Beweis.

In den Dreyecken A C B und a C b sind zwo Seiten nebst ihrem gemeinschaftlichen Winkel einander gleich: denn die Winkel A C B und a C b sind gleichscheitelich, und einander gleich (§. 38) ferner ist A C = a c, und B C = b c, (per constr.) demnach ist auch A B = a b. (§. 44) W. Z. E.

Anmerkung.

§. 52. Leidet es die Beschaffenheit des Platzes nicht, daß man die Linien A C und B C um die ganze Länge ihres Maasses vergrössern könte; so vergrössere man sie um die Helfte oder um einen andern beliebigen Theil: So wird sich a b zu A B verhalten, wie a c und b c zu A C und B C. (per demonstrata)

Aufgabe.

§. 53. Einen Winckel auf dem Felde mit der Meßschnur an einen andern Ort tragen. Auflö-

Auflösung.

Man gebe den beeden Schenkeln des Winkels A B und A C eine beliebige Länge z. E. einer Ruthe, und messe die Entfernung, die sie bey der gewählten Länge bekommen. Mit dieser Entfernung und der besagten Länge mache man an dem gegebenen Orte ein Dreyek a B c so ist der Winckel B = A. fig. 19

Beweis.

Weil alle Seiten eines Dreyeckes den Seiten des andern gleich sind, so sind auch die Winkel in einem Dreyecke so groß als im andern (§. 41.) demnach ist B = A. W. z. E.

Aufgabe.

§. 54. Die Entfernung zweyer Orte voneinander zu wissen, zu deren einem man nur aus einem gewählten Stande kommen kan.

Auflösung.

Man trage die Entfernung des Ortes A dahin man kommen kan, vom erwählten Stande, C, nach a. Sodann messe man den Winkel A, trage ihn nach a (§. 53.) und verlängere seinen Schenckel a b, biß der Stab b, die Stäbe d und a, ingleichen die Stäbe C und B decket, so ist b a welches man messen kan = B A. fig. 20

Beweis.

Die Seite a C ist = A C, und der Winckel a = A (per constr.) ferner sind die gleichscheitelichen Winckel bey C einander gleich. §. 38 daher sind die ganzen Dreyecke A C B und a C b einander gleich, und a b = A B. §. 41.

Aufgabe.

§. 55. Auf einen gegebenen Punct einer Linie eine senkrechte Linie fallen zu lassen.

Auflösung.

Man bemerke auf beeden Seiten des gegebenen Punctes B zween andere gleichweit von ihm entfernete, d, e. Aus diesen beschreibe man mit beliebiger Eröfnung des Cirkels die Bogen d C, C e, und ziehe aus dem Durchschneidungspuncte C eine Linie bis an den gegebenen: so berühret ihn die gezogene Linie senkrecht. fig. 21.

Beweis.

In den Dreyecken C d B, und C e B ist d C = C e, und d B = B e (per construct.) die gemeinschaftliche Seite C B ist sich selbst gleich. Da nun in den Dreyecken D C B und B C E die gleichnahmigen Seiten, folglich auch die gleichnahmigen Winkel einander gleich sind, so ist der Winkel C B E = dem Winkel C B D, daher ist C B eine senkrechte Linie. (§. 11.)

Aufgabe.

§. 56. Von einem gegebenen Puncte eine senkrechte Linie auf eine andere Linie fallen zu lassen.

Auflösung.

Man bemerke mit gleicher Entfernung von C die Puncte A und B; aus diesen beschreibe man mit beliebiger Eröfnung des Cirkels, Bogen, und ziehe durch ihren Durchschneidungspunct D, aus C die Linie C E. Diese stehet senkrecht auf A B. fig. 22.

Be-

Beweis.

In den Dreyecken A C D und B C D sind die gleichnahmigen Seiten, folglich auch Winkel, einander gleich, (per construct.) daher ist der Winkel A C D = dem Winkel D C B. (§. 41.) Ferner sind in den Dreyecken A C E und E C B zwo gleichnahmige Seiten nebst ihrem gemeinschaftlichen Winkel einander gleich, denn C E = C E, AC ist = C B, (per constr.) und A C E = E C B wie oben erwiesen; Daher ist auch der Winkel A E C = C E B (§. 41.) und E C stehet senkrecht auf A B. (§. 11.)

Anmerkung.

§. 57. Auf mechanische Weise wird eine senkrechte Linie sehr leicht vermittelst des Winkelhackens verzeichnet. fig. 23.

Lehrsaz.

§. 58. Zwo senkrechte Linien, die man von einer parallele auf die andere fallen lässet, nehmen von einer ein eben so grosses Stück zwischen sich, als von der andern.

Beweis.

Weil bey a und d, rechte Winkel (§. 11) ac = d b (§. 10.) c b = c b: folglich in den Dreyecken a b c und b c d fig. 24. zwo gleichnahmige Seiten und ein Winkel einander gleich sind, so sind auch die dritten Seiten a b, c d einander gleich. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 59. Durchschneidet man zwo Parallellinien

mit einer Linie, so bekommet man acht Winkel; Darunter sind

1. Die Wechselwinkel g und m, ingleichen f und l einander gleich.
2. Die äussern Winkel h und n, auch e und l sind einander gleich.
3. Der innere f = dem äussern h, l = n, g = e. fig. 25.

Beweis.

Man lasse aus den Durchschneidungspuncten die senkrechten Linien A g und B m fallen, so sind sie zwischen zwo parallelen, folglich einander gleich. (§. 11.) Da nun überdem bey A und B rechte Winkel, f m aber sich selbst gleich ist, so sind beede Dreyecke B m f und f m A einander ganz, das ist, alle gleichnahmige Seiten und Winkel einander gleich. (§. 41.) Daher ist f = l.

Es ist aber auch f = h, und l = n, (§. 39.) folglich sind h und n unter sich gleich. (Arithm. §. 14.)

Weil die Nebenwinkel auf einer Linie = 180. (§. 29.) so ist e h = n i, demnach ist der Rest, nehmlich e und l beederseits gleich, wenn beederseits gleichviel, nehmlich h und n abgezogen wird. Auf eben diese Weise zeiget man auch, daß g = m.

Zusaz.

§. 60. Weil h = f, f aber = l, (§. præc.) h + g aber = 180. (§. 29. 35.) so sind die beeden innern Winkel g und l, zusammen genommen, gleich zween rechten.

Lehr=

Lehrsaz.

§. 61. Alle Winkel eines Dreyeckes zusammen genommen, sind gleich zween rechten.

Beweis.

Man nehme eine Seite des Dreyeks für die basin an, und ziehe mit solcher durch die gegenüber stehende Spitze E I parallel, so ist, weil es Wechselwinkel sind, (§. præc.) A = a, und C = c. Da nun A + b + C = 180. (§. 29.) so ist auch a + b + c = 180. fig. 26.

Zusaz.

§. 62. Daher kan kein Dreyek mehr als einen einzigen rechten oder stumpfen haben. Ziehet man diesen ab von 180. so ist der Rest die Summe der beeden übrigen Winkel.

Zusaz.

§. 63. Dergestalt sind auch die dritten Winkel zweyer Dreyecke einander gleich, wenn die Summen der beeden übrigen in jedwedem Dreyecke gleich sind.

Zusaz.

§. 64. Wenn die Seite eines Dreyeckes verlängert wird, so ist der äussere Winkel so groß als die beeden innern gegenüberstehenden. fig. 27.

Lehrsaz.

§. 65. Die beeden Grundwinkel, (anguli ad basin) eines gleichschenkelichen Dreyeckes, sind einander gleich, und das Dreyek selbst wird durch eine aus seiner Scheitel herabgelassene senkrechte Linie

in zwey rechtwinkeliche und einander ganz gleiche Dreyecke.

Beweis.

Weil A D senkrecht auf der basi B C stehet, so sind A D B und A D C rechte Winkel (§. 11.) folglich beede Dreyecke rechtwinkelich. Da nun nebst der Gleichheit dieser beeden Winkel, auch A D = A D, A B aber = A C, so sind alle übrige gleichnahmige Theile beeder Dreyecke einander gleich, folglich B = C, B A D = D A C, A B D = D C, (§. 41.) daher sind beede Dreyecke rechtwinkelich und einander ganz gleich. fig. 28. W. Z. E.

Zusaz.

§. 66. In einem gleichschenkelichen Dreyecke sind die Grundwinkel einander gleich.

Zusaz.

§. 67. Sind also alle drey Seiten einander gleich, so sind auch alle drey Winkel einander gleich, und jeder hat 60. Grad.

Zusaz.

§. 68. Daher kan man auch umgekehrt sprechen. Wenn die Grundwinkel einander gleich sind, so ist das Dreyek gleichschenkelich, sind alle drey Winkel einander gleich, so ist es gleichseitig.

Lehrsaz.

§. 69. Wenn ein Winkel am Mittelpunct eines Cirkels, und ein Winkel am Umkreise, auf eben demselbigen Bogen stehen, (§. 25.) so ist jener noch einmal so groß als dieser.

Be-

Beweis.

Weil die Schenkel des Mittelpunctwinkels radii, folglich einander allemal gleich sind, so hat nur bey dem Umkreiswinkel ein Unterscheid in diesem Stücke Plaz.

1. Sind sie nun ungleich, und es fället einer davon, A D, fig. 29. mit einem Schenkel des Mittelpunctwinkels zusammen, so ist C D anzusehen als die verlängerte Seite des Dreyeckes A B C. Folglich ist e = A + B (§. 62.) es ist aber A = B. (§. 65.) Daher ist der Mittelpunctswinkel e zweymahl so groß als der Winkel A am Umkreise.

2. Sind die Schenkel ungleich, es fället aber keiner mit einem Schenkel des Mittelpunctwinkels zusammmen, so ist E C eine verlängerte Seite des Dreyeckes A C D folglich m = 2 o. (§. 64.) Es ist aber E C auch die verlängerte Seite des Dreyeckes C B D, folglich m + n 2 o + 2 p. Man nehme oon diesem Werthe beederseits gleich viel, nehmlich m und 2 o weg, so sind die Reste n und 2 p ebenfalls gleich. Das ist, A C B, der Mittelpunctswinkel ist noch einmahl so groß als A D B. fig. 30.

3. Sind die Schenkel des Umkreißwinkels gleich, so ist, wenn die Linie D q gezogen wird, C p die verlängerte Seite der gleichschenkelichen Dreyecke D A C und D B C, folglich m = 2 o, und n = 2 p. Es ist aber m + n = A C B und o + p = A D B, daher ist A C B = 2 o + 2 p fig. 31. W. Z. E.

Zusaz.

§. 70. Daraus erhellet, der Umkreiswinkel

habe zu seinem Maasse den halben Bogen, darauf er stehet, gleichwie der Mittelpunctswinkel den ganzen.

Zusaz.

§. 71. Stehet demnnach jener auf einem halben Cirkel, so ist er ein rechter, (§. 24.) stehet er auf einem grössern, so ist er stumpf, stehet er auf einem kleinern, so ist er spitzig.

Zusaz.

§. 72. Dergestalt muß ein Winkelhaken, wenn er richtig ist, an die Schenkel des Winkels passen, der auf dem Durchmesser eines Winkels stehet.

Lehrsaz.

§. 73. Ein Winkel, dessen Schenkel einen Cirkel durchschneiden, und auf einem Bogen desselbigen ruhen, hat zu seiuem Maasse den halben Unterscheid des abgeschnittenen und des Ruhebogens.

Beweis.

Man ziehe die Linie C D, so ist C B die verlängerte Seite des Dreyeckes A C D. folglich $m = A + n$ (§. 60.) Es ist aber n ein Winkel am Umkreise, und hat zu seinem Maasse den halben Bogen C E, darauf er stehet. Demnach ist $A = m - \frac{1}{2} EC$. Da nun ferner m, ebenfalls ein Umkreiswinkel ist, welcher den halben Bogen BD zum Maasse hat, so ist $A = \frac{1}{2} BD - \frac{1}{2} CE$. W. Z. E. fig. 31.

Aufgabe.

§. 74. Eine senkrechte Linie am Ende einer gegebenen ohne Winkelhacken aufrichten.

Auflö-

Auflösung.

1. Man trage die Entfernung des beliebig gewählten Punctes C vom Ende der gegebenen Linie B aus C nach A.

2. Man verlängere die blinde Linie A D nach Belieben, und schneide mit A C den Punct D ab.

3. Durch diesen und B ziehe man eine Linie, so stehet dieselbige senkrecht auf A. fig. 33.

Beweis.

Weil A B und D eines so weit als das andere von C entfernet sind, so kan C der Mittelpunct eines Cirkels, C A, C B und C D seine Radii seyn. Wird nun der Cirkel wirklich beschrieben, so gehet sein Umkreis durch die Puncte A B D, und A D ist sein Durchmesser: Demnach stehet der Winkel A B D auf dem Durchmesser eines Cirkels: er ist also ein rechter, (§. 71) mithin stehet D B senkrecht auf A B. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 75. Eine Linie in zwo Hälften theilen.

Auflösung.

1. Man ziehe aus A und B mit einerley Eröfnung des Cirkels Bogen, die einander in C und D durchschneiden.

2. Durch die Durchschneidungspuncte C D ziehe man eine Linie, so theilet sie A B in zwo gleiche Hälften. fig. 34.

Beweis.

Die Dreyecke A C B und A D B sind gleichseitig

tig, und A C = C B = A D = D B (per constr.) folglich o = p (§. 65.

Da nun die Dreyecke C A D und C B D eben dieselbige Beschaffenheit haben, so ist auch m = n. Es sind also in beeden Dreyecken A E C und C E B zween Winkel mit ihrer gemeinschaftlichen Seite den gleichnahmigen des andern gleich: daher ist auch A E = E B. (§. 41.) W. Z. E.

Anmerkung.

§. 76. Wie man eine Linie mechanisch durch öfteres Versuchen theilen könne, das lässet sich mit geringerer Mühe zeigen als beschreiben. Es kömmt dabey auf ein gutes Augenmaaß an.

Aufgabe.

§. 77. Einen Winkel zu halbiren.

Auflösung.

Man bemerke an seinen Schenkeln mit gleich grosser Entfernung von der Spitze die Puncte E und f. Aus diesen beschreibe man die Bogen D. Die Linie, welche durch den Durchschneidungspunct D, und durch die Spitze A gezogen wird, theilet den Winkel in zwo gleiche Hälften. fig. 35.

Beweis.

Weil in den Dreyecken A E D und A D F die Seite A E = A F, und die Seite E D = D F per construct. A D aber sich selbst, so sind alle ihre gleichnahmige Seiten einander gleich, folglich auch die ganzen Dreyecke (§. 41.) und A D F = A E D. Demnach ist A E D F = 2 A E D und 1 A E D = $\frac{1}{2}$ A E D F. W. Z. E.

Lehr-

Lehrsaz.

§. 78. Gleiche Sehnen haben gleiche Bogen, und umgekehrt.

Beweis.

A C, C B, C D, C E, sind radii eines Cirkels, folglich einander gleich. (§. 22.) Die Winkel m und n sind gleichscheitelich, folglich einander ebenfalls gleich. (§. 38.) Daher sind die Dreyecke A C B und E C D einander ganz gleich, folglich A B = E D. Wiederum da m = n, so ist auch ihr Maas, das ist, die Bogen A B und E D einander gleich. (§. 27. 35.) Es haben also gleiche Sehnen auch gleiche Bogen. War das erste.

Wenn die Bogen D C und A B gleich sind, so ist auch n = m. Folglich in den gleichschenkelichen Dreyecken E C D und A C B, die dritten Seiten E D und A B gleichfals gleich groß. Es sind aber diese Seiten zugleich die Sehnen der gleich grossen Bogen E D und A B. Folglich haben gleiche Bogen auch gleiche Sehnen. fig. 36. W. Z. E.

Zusaz.

§. 79. Daher kan ein Bogen auf eben dieselbige Weise in zwo Hälften getheilet werden, als von einer Linie (§. 75.) gelehret worden.

Zusaz.

§. 80. Wenn also eine senkrechte Linie einen Bogen in zwo Hälften theilet, so theilet sie auch seine Sehne darein. (§. 27.)

Lehrsaz.

§. 81. Die senkrechte Linie, welche einen Bogen

gen nebst seiner Sehne in zwo Hälften theilet, gehet durch den Mittelpunct des Cirkels, dazu der getheilete Bogen gehöret.

Beweis.

Weil D A senkrecht ist, folglich bey E beederseits rechte Winkel neben sich hat, E D = E D, und B E = E C, so sind die Dreyecken B E D und D E C einander ganz gleich (§. 41.) folglich die Seite B D = C D. Es sind aber diese Seiten zugleich Sehnen der Bogen B D = C D, welche mithin einander ebenfals gleich sind (§. 78.) da nun der Bogen B A auch = A C, so ist der Bogen A B D = dem Bogen A C D, oder $\frac{1}{2}$ A B D C A, welches ein Cirkel ist. Demnach gehet die Linie A D, auf welcher beede Cirkelhälften ruhen, durch den Mittelpunct des Cirkels dazu der Bogen B A C, gehöret fig. 37. W. Z. E.

Zusaz.

§. 82. Der Diameter eines Cirkels ist seine gröste Sehne.

Lehrsaz.

§. 83. Wenn eine senkrechte Linie aus dem Mittelpuncte eines Cirkels auf eine Sehne und ihrem Bogen fället, so theilet sie beede in zwo gleiche Hälften.

Beweis.

1. Weil C der Mittelpunct, so sind die Seiten B C und C D der Dreyecke B C m und D C n einander gleich: da nun m C = m C, m aber = n, weil sie rechte Winkel sind, so ist auch B m = n D (§. 41.

2. Weil die Dreyecke B C m und D C n einander ganz gleich sind, so ist auch der Winkel o = p. Demnach ist ihr Maas, die Bogen B A und A D einander ebenfalls gleich. W. Z. E. fig. 38

Aufgabe.

§. 84. Einen Cirkel zu ziehen, welcher drey gegebene Puncte, die in keiner geraden Linie stehen, trift.

Auflösung.

Es seyen die gegebenen Puncte G H I. Man mache aus G und H die Kreuzbogen a und b und hänge die Durchschnittspuncte mit einer Linie zusammen. Ein gleiches thue man mit H und I. Wo beede Linien einander durchschneiden, da ist der Mittelpunct des gegebenen Cirkels. fig. 39.

Beweis.

Die Linie a b theilet die Sehne welche von G nach H gezogen werden könte in zwey gleiche Theile (§. 75.) folglich auch ihren Bogen. (§. 78) Sie gehet demnach durch den Mittelpunct (§. 81.) Eine gleiche Beschaffenheit hat es auch mit der Linie d e. Demnach ist ihr Durchschneidungspunct der Mittelpunct des Cirkels. W. Z. E.

Zusaz.

§. 85. Ist also ein Bogen gegeben, dessen Cirkel man beschreiben solle so kan es geschehen, woferne man drey Puncte an selbigem bemerket, und ihren Mittelpunct suchet.

Aufgabe.

§. 86. Wenn eine Seite gegeben ist, das Quadrat aufsetzen.

Auflösung.

Man richte am Ende der gegebenen Linie A B eine andere B C von gleicher Länge senkrecht auf (§. 74.) und ziehe mit der Länge A B aus A und C Kreuzbogen. Aus ihren Durchschneidungspuncte D ziehe man nach C und A Linien, so ist das Quadrat aufgerichtet. fig. 40

Aufgabe.

§. 87. Wenn eine Seite nebst einem schiefen Winkel gegeben, eine Raute zusammen setzen.

Auflösung.

Man setze den Winkel an die gegebene Seite A B und verlängere seinen zweyten Schenkel, bis er = A B. Sodann verfahre man wie vorhin. fig. 7.

Zusaz.

§. 88. Es entstehet also vermittelst eines ähnlichen Verfahrens ein längliches Viereck, wenn zwey ungleiche Seiten nebst einem rechten Winkel gegeben sind, hingegen eine länglichte Raute, wenn der Winkel schief ist (§. 18)

Lehrsaz.

§. 89. Jedwedes Parallelogrammum (Wechselviereck) wird durch die Diagonallinie in zwey einander ganz gleiche Dreyecke abgetheilet.

Beweis.

Weil bey allen dergleichen Figuren entweder alle

Seiten

Seiten, oder doch die gegenüberstehenden einander gleich sind, so sind in beeden Seiten allemahl zwo gleichnahmige Seiten einander gleich; die dritte gemeinschaftliche aber sich selbst: demnach sind auch beede Dreyecke einander ganz gleich. (§. 41.) W. Z. E.

Anmerkung.

§. 90. Es ist also die Diagonallinie von grossen Nutzen, weil nicht nur die regulairen, sondern auch die irregulairen Figuren in lauter Dreyecke zerleget; denn da die Eigenschafften der Dreyecke die man bekommet bekannt sind, so kan man ohne Schwierigkeit daraus schiessen.

Aufgabe.

§. 91. Wenn der Winkel nebst einer Seite gegeben, ein regulaires Vielek beschrieben.

Auflösung.

Man setze den Winkel an die gegebene Seite, und verlängere den neuen Schenkel, biß er dem gegebenen gleich wird. Sodann suche man den Mittelpunct des Cirkels für beede Sehnen, und trage die übrige Seiten in dem beschriebenen Cirkel herum. fig. 41.

Oder:

Man theile den gegebenen Winkel, und setze an jedwedes Ende der gegebenen Linie eine Hälfte, die neuen Schenkel verlängere man biß sie einander durchschneiden. Dieser Punct ist der Mittelpunct des Cirkels.

Aufgabe.

§. 92. Ein verlangtes Vielek in einem gegebenen Cirkel beschreiben.

Auflö-

Auflösung.

Man theile 360. mit der Zahl der Seiten des Vieleckes. Das gefundene ist die Grösse des Vieleckwinkels am Mittelpuncte. Diesen Winkel mache man mit Hülfe des Winkelmessers, so wird die Sehne des abgeschnittenen Bogens der Seite des Vieleckes gleich seyn, die man folglich nur herum tragen darf.

Aufgabe.

§. 93. Den Winkel eines regulairen Vieleckes zu finden.

Auflösung.

Man theile 360 mit der Zahl der Seiten des Vieleckes, und ziehe das gefundene von 180 ab. Der Rest ist der Werth des gesuchten Winkels.

Beweis.

Es sey der gegebene Winkel a c b fig. 41. Man beschreibe durch diese drey Punkte einen Cirkel, so ist a c b ein Winkel am Umkreiß, folglich sein Maas der halbe Bogen c d b darauf er stehet (§. 69.) das ist: der Bogen a d. Es ist aber d a + a c = dem halben Cirkel = 180 wird also a c hievon abgezogen, so bleibet d a, das ist: der Werth des halben Bogens a d b, welcher das Maas des Winkels a c b ist. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 94. Die Summe aller Winkel eines regulairen Vieleckes zu finden.

Auflö-

Auflösung.

Man vervielfältige 180. mit der Zahl der Seiten. Von dem gefundenen nehme man 360. der Rest giebt die verlangte Summe.

Beweis.

Weil ein Vielek sich in so viele Dreyecke abtheilen lässet, als es Seiten am Umkreisse des Cirkels, darinn es beschrieben worden, hat: Der Werth aber aller Winkel eines Dreyeckes 180 beträget mit der Zahl aller Seiten vervielfältiget, (§. 61.) so giebt 180 den Werth aller Winkel dieser Dreyecke. Indem aber die Winkel am Mittelpuncte zum Vielecke nicht gehören, so muß man ihre Summe nehmlich 360 (§. 36) abziehen, so bleibt die Winckelsumme des Vieleckes. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 95 Der Radius eines Cirkels ist gleich der Seite eines Sechseckes.

Beweis.

Es sey A C B das Dreyek das aus dem Mittelpuncte des Cirkels auf die Seite des Sechseckes A B gesetzet worden. Nun hat der Winkel C 60 Grade (§. 92.) folglich bleiben für A und B noch 120; Indem aber die Seiten A C und C B radii des Cirkels folglich einander gleich sind, so sind auch die Winkel A und B einander gleich, (§. 65.) es hat also jedweder die Hälfte von 120 = 60, mithin sind alle drey Winkel einander gleich, folglich auch die Seiten (§. 41) und A B ist = A C, = C B, welches radii des Cirkels sind. W. Z. E. fig. 42.

Zusaz.

§. 96. Demnach ist ein Sechsek leicht zubeschreiben. Denn ist der Cirkel gegeben, so träget man nur seinen Radium herum; ist eine Seite des Sechseckes gegeben, so setzet man ein gleichseitiges Dreyecke auf, beschreibet mit seiner Seite aus der Spitze einen Cirkel, und träget sie an selbigem herum.

Aufgabe.

§. 97. Wenn alle Seiten einer Figur, und drey Winkeln weniger als Seiten sind, die Figur daraus Zusammen zusetzen.

Auflösung.

Man setze an beede Enden einer Seite die dahin gehörigen Winkel,

Die Schenkel dieser Winkel verlängert man bis sie den gegebenen Seiten gleich sind, und setzet wiederum Winkel daran. Auf diese Weise fähret man solange fort, bis noch zwo Seiten übrig sind, für welche man keine Winkel anzusetzen nöthig hat, indem der Punct, da sie zusammen stossen, weit leichter gefunden wird, woferne man mit ihrer Länge aus den Endigungspuncten der lezten Seiten, Kreuzbogen ziehet. fig. 43.

Zusaz.

§. 98. Weil man das ganze Dreyek verzeichnen kan, wenn zwey Winkel mit ihrer gemeinschaftlichen Seite gegeben sind, so kan auch jedwede Figur verzeichnet werden, wenn alle Seiten weniger zwo, und alle Winkel weniger einen, gegeben sind.

Zusaz.

§. 99. Weil jedwede Figur durch Hülfe der Diagonalen in Dreyecke verwandelt werden kan, (§. 90.) so kan sie verzeichnet werden, wenn die Diagonalen und Seiten gegeben sind.

Aufgabe.

§. 100. Ein Quadrat ausmessen.

Auflösung.

Man messe die Länge seiner Seite, und vervielfältige das gefundene mit sich selbst, so hat man den Inhalt der Quadratfläche.

Beweis.

Weil jedwedes Maas zu dem was damit gemessen werden solle, ein Verhältniß haben, oder zu derselbigen Art der Ausdehnung gehören muß, so muß man zum Ausmessen einer Fläche gleichfalls eine Fläche, folglich zu einem grossen Quadrate ein kleines gebrauchen. Weil aber dieses wirklich zu thun, allzumühsam wäre, so erforschet man nur, wie viel kleine Quadrate in dem grossen in einer Reihe neben einander liegen könten, und misset zu diesem Ende die Seite des Quadrates. Da nun ein Quadrat lauter gleiche Seiten und rechte Winkel hat, so haben in dem grossen Quadrate eben so viele Reihen kleinere Quadrate Plaz, als viele der leztern in einer Reihe neben einander liegen können. Will man demnach die Summe aller kleinen Quadrate, welche in dem grossen Plaz haben, wissen, so muß man die Zahl der Reihen, mit der Zahl der Quadrate in einer

Reihe vervielfältigen, das ist, weil beede Zahlen einander gleich sind, die leztere mit sich selbst. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 101. Weil das geometrische Maas zehentheilig ist, (§. 9.) so hat eine geometrische Quadratruthe 100 Quadratschuhe in sich, ein solcher Schuh 100 Quadratzolle, ein Zoll 100 Quadratlinien, u. s. w. Wenn also der Inhalt eines grossen Quadrates in kleinen Quadrattheilen z. E. in Linien gegeben ist, so siehet man, wie viele Ruthen, Schuhe und Zolle sie betragen, woferne man für jede Gattung zwo Zahlen von der Rechten zur Linken abschneidet, und das für sie gehörige Zeichen (§. 9.) darüber setzet, was nach den Schuhen übrig bleibet, sind Ruthen. Z. E.

$$\overset{\circ}{456},\ \overset{\prime}{78},\ \overset{\prime\prime}{94},\ \overset{\prime\prime\prime}{63}.$$

Aufgabe.

§. 102. Ein Rectangulum auszumessen.

Auflösung.

Man messe eine lange und eine kurze Seite, und vervielfältige das gefundene miteinander, so hat man den Inhalt der Fläche im Quadratmaaß.

Beweis

Weil es darauf ankommet zu wissen, wie viele kleine Quadrate in einer Reihe nebeneinander liegen können, und wie viele Reihen in der grossen Fläche Plaz haben, so erfähret man das erste durch das Messen einer Seite; Indem aber ein Rectangulum nicht lauter gleiche Seiten hat, (§. 18.) so muß man, um die Zahl der Reihen zu wissen, noch eine Seite messen, und beede Zahlen miteinander

ver-

vervielfältigen, so weis man, wie viel kleine Quadrate in sämtlichen Reihen Plaz haben; das ist: man findet den Inhalt der Fläche. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 103. Zwey wechselseitige Vierecke, (parallelogramma) welche eine Grundlinie, und einerley Höhe haben, sind gleiches Inhaltes.

Beweis.

Es seyen dergleichen Vierecke ABCD und CDEF. Weil nun die Seite AB = CD, CD aber = EF, so ist EF = AB. Arithm. §. 9. Es ist aber auch die Seite AC = BD, folglich wegen der rechten Winkel bey A und B, die Dreyecke ACE, und BDF einander gleich, (§. 41) demnach ist auch der Rest von ihnen einander gleich, wenn beederseits gleich viel, nehmlich BGE weggenommen wird, folglich ABGC = EGDF. Daher ist auch ABGC + GCD = EGDF + BGC, das ABCD = CDEF. W. Z. E. fig. 44.

Zusaz.

§. 104. Indem dergestalt ½ ABCD = ½ CDEF, jedwedes Parallelogrammum aber, von der Diagonale in zwey gleiche Dreyecke getheilet wird, so ist ACD = CFD, das ist: Dreyecke, welche einerley Grundlinie und einerley Höhe haben, sind einander gleich.

Zusaz.

§. 105. Will man also den Inhalt eines schiefwinkelichen Parallelogrammi nach dem Quadratmaasse wissen, so darf man nur die Seiten eines

rechtwinkelichen, das einerley Höhe und Grundlinie mit ihm hat, miteinander vervielfältigen.

Aufgabe.

§. 106. Den Inhalt eines Rhombi oder Rhomboidis zu finden.

Auflösung.

Man nehme eine Seite für die Basin, und lasse auf solche von der gegenüberstehenden eine senkrechte Linie fallen.

Man messe sowol diese als die Basin, und vervielfältige eine mit der andern, so hat man den verlangten Inhalt. fig. 45.

Beweis.

Es sey A B C D der Rhombus oder Rhomboides, den man messen solle; Weil beede unter die Parallelogramma gehören, (§. 18.) so ist A B C D = A B e f, einem andern rechtwinkelichen Wechselvierecke, das mit ihm einerley Grundlinie A B, und Höhe A e hat, (§. 103.) demnach wird der Inhalt von jenem gefunden, wenn die kurze Seite A e, mit C D = A B der langen Seite von diesem, vervitlfältiget wird. (§. 102.) W. Z. E.

Zusaz.

§. 107. Also ist die Hälfte des gefundenen Inhaltes gleich dem Inhalt eines von beeden Dreyecken, darein das Parallelogrammum A B C D oder A B e f durch die Diagonale getheilet werden kan.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 108. Den Inhalt eines jedweden Dreyeckes zu finden.

Auflösung.

Man halte eine Seite für die basin, und fällt auf dieselbige von der Spitze eine senkrechte Linie. Diese vervielfältige man mit jener, so giebt die Hälffte davon, den gesuchten Inhalt.

Beweis.

Weil die Grundlinie mit der Höhe vervielfältiget, den Inhalt eines Parallelogrammi giebt, das dem berechneten Dreyecke nebst noch einem andern, ihme ganz gleichen Dreyecke gleich ist, so darf man für eines nur die Hälfte des ganzen Inhaltes nehmen. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 109. Es verstehet sich, daß man bey einem rechtwinkelichen Dreyecke keine senkrechte Linie fällen darf, weil sie schon vorhanden ist.

Zusaz.

§. 110. Weil jedwede geradlinichte Figur mit Hülfe der Diagonalen in Dreyecke zerleget werden kan, so kan auch ihr Inhalt durch Berechnung sämtlicher Dreyecke gefunden werden.

Zusaz.

§. 111. Wenn alle Dreyecke, darein eine Figur sich zerlegen lässet, einander gleich sind, gleichwie bey den regulären Vielecken, so ist der ganze

Inhalt gleich dem Inhalte eines Dreyeckes in die Zahl der Seiten.

Zusaz.

§. 112. Daher ist die Fläche eines regulären Vieleckes gleich einem Dreyecke, dessen Grundlinie allen Seiten des Vieleckes zusammen genommen, die Höhe aber der Höhe eines von den Dreyecken des Vieleckes gleich ist.

Zusaz.

§. 113. Wenn die Seiten des regulären Vieleckes unendlich klein sind, so ist es ein Cirkel, (§. 7.) folglich die Höhe der Dreyecke gleich dem radio, die Summe der Seiten aber gleich dem Umkreise des Cirkels.

Lehrsaz.

§. 114. Ein Cirkelausschnitt, (Sector) ist gleich einem Dreyecke, dessen Grundlinie dem abgeschnittenen Bogen, die Höhe aber dem radio gleich ist.

Beweis.

Weil der Cirkel angesehen wird als ein reguläres Vielek mit unendlich kleinen Seiten, so sind diese Seiten unendlich kleine Bogen, deren Abweichung von einer geraden Linie nicht anzugeben ist. Demnach sind alle im Ausschnitte enthaltene Seiten gleich dem abgeschnittenen Bogen. Ferner, da der Winkel am Mittelpuncte der Dreyecke, welche die Seiten zur Grundlinie haben, unendlich klein ist, so ist die Höhe besagter Dreyecke gleich dem radio,

folglich

folglich alle zusammen gleich einem Dreyecke, dessen Höhe dem radio, die Grundlinie abr dem abgeschnittenen Bogen gleich ist. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 115. Wenn die Peripherie und der Diameter gegeben, den Inhalt der Cirkelfläche zu finden.

Auflösung.

Man nehme den Diameter in die Pripherie, und theile das Product mit vier, so ist geschehen was man verlanget.

Beweis.

Weil der Cirkel gleich ist einem Dreyecke, dessen basis der Umkreis, die Höhe der radius, (§. 114.) so müste man von dem product des Diameters in die peripherie die Hälfte nehmen, (§. 108.) wenn der Diameter der Höhe des Dreyeces gleich wäre. Da er aber doppelt so groß ist (§. 3. 114.) so muß das product mit vier getheilet werden. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 116. Archimedes hat das Verhältnis de Diameters zur Peripherie angesetzet, wie 7 zu 22; Da s aber in grossen Zahlen zu viel fehlet, so hat man es geauer zu finden gesuchet, und Ludolph von Cöln endlich heaus gebracht, wenn der Diameter angenommen wede wie 100 000 000 000 000 000 000, so sey die Peipherie beynahe wie 314 159 264 358 979 323 846. Nan gebrauchet aber, weil diese Zahlen allzugroß und bschwerlich, insgemein nur die ersten, 100, und 314. Adrian Metius sezt das Verhältnis wie 113 zu 355. Indem aber das Ludolphische die meisten Liebhaber hat, so vollen wir es ebenfalls gebrauchen. Man bemühet sich noch immer,

mer, das wahr! Verhältnis zwischen der Peripherie und dem Cirkel zu inden, ohne daß man bisher dazu hätte gelangen können.

Lehrsaz.

§. 117. Der Inhalt der Cirkelfläche zu dem Quadrat d.s Diametri ist beynahe wie 785 zu 1000.

Beweis.

Wenn ier Diameter = 100, die Cirkelfläche = 314. so is das Quadrat von jenem = 10000, von dieser 78‘0. Da nun die partes quotæ sich gegeneinandr verhalten wie die ganzen Summen, so ist 1000 785 = 10000: 7850, folglich das Quadrat des Diameters zum Inhalte der Cirkelfläche wi 1000 zu 785. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 11 Man darf also nur, wenn der Inhalt oder das Quarat, davon wir reden, gegeben ist, das gegebene mit 100c und 785 in die Regel de Tri setzen, (Arithm. §. 41.) ∫ findet man das Quadrat oder den Inhalt.

Lehrsaz.

§. 119. Zwey gleichhohe Parallelogramma, verhaltn sich gegeneinander wie ihre Grundlinien: Sind iese gleich, wie die Höhen.

Beweis.

Der Inhalt eines Parallelogrammum, ist gleich seiner Höhe und Grundlinie ineinander genomnen. Ist nun unter beeden Maassen, eines, zweyn Parallelogrammis gemeinschaftlich, so kan zwisgen dem beederseitigen Inhalte kein anderer

Unter-

Unterschied seyn, als den der Unterschied des andern gleichnahmigen Maasses verursachet. Daher verhalten dergleichen Parallelogramma sich wie das unterschiedene Maas. W. Z. E.

Zusaz.

§. 120. Weil jedwedes Dreyek die Hälfte von einem Parallelogramma seyn kan, so verhalten sich zwey Dreyeke, denen eines von beeden Maassen gemeinschaftlich ist, gegeneinander wie das verschiedene.

Aufgabe.

§. 121. Ein Parallelogramma A B C D aus einem gegebenen Puncte E in zwo Hälften theilen.

Auflösung.

Man trage die Länge B E aus C nach F, und ziehe die Linie E F, so ist das verlangte geschehen.

Beweis.

Weil E B = C F folglich auch A E = F D und E F sich selbst gleich ist, ferner auch, weil die getheilte Figur ein Parallelogramma, B D = A C; so sind alle Seiten des Trapezii E B D F oder der einen Hälfte, den gleichnahmigen Seiten der andern Hälfte gleich. Demnach sind beede Hälften einander ganz gleich. (§. 44.) W. Z. E. fig. 46.

Aufgabe.

§. 122. Wenn der Inhalt eines Dreyeckes, nebst seiner Grundlinie gegeben, seine Höhe zu finden, oder wenn diese gegeben, die Grundlinie.

Auflösung.

Man theile den Inhalt mit der halben Höhe oder

mit

de und die gleichnahmigen Seiten gleichviele Theile ähnlicher Maasstäbe; so sind alle gleichnahmige Theile der Figuren einander ähnlich, folglich die Figuren selbst. War das erste.

Weil geradlinichte Figuren keinen andern Unterscheid zulassen, als in der Grösse, und Länge der gleichnahmigen Winkel und Seiten, so werden sie einander sodann nur ähnlich, wenn ein ähnliches Maas ihrer gleichnahmigen Winkel und Seiten statt findet. Daher halten in einem solchen Falle die Winkel gleichviele Cirkelgrade und die Seiten gleichviele Theile ähnlicher Maasstäbe. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 128. Zu zwo gegebenen Linien, die dritte verhältnißmässige zu finden.

Auflösung.

Es seyen die gegebenen Linien A B. und A C; Man trage beede auf die Seiten eines beliebigen Winkels nehmlich A B aus A nach B, und A C aus B nach D, und aus A nach E. der Linie E B. ziehen man F D parallel, so ist F D die dritte verhältnißmässige zu A B und A C fig. 48.

Beweis.

Weil E B nnd F D parallel, so sind alle Winkel des Dreyeckes E A B, den Winkeln des Dreyeckes F A D gleich: (§. 59.) mithin sind die Dreyecke einander ähnlich. (§. præc.) Daher ist A B : E B = A D : F D, es ist aber A D = A B + B D, folglich F D die dritte zu den beeden gegebenen. W. Z. E.

An-

Anmerkung.

§. 129. Aus gleichem Grunde findet man zu drey gegebenen die vierte wenn die erste und dritte auf einen Schenkel des Winkels, die andere aber auf den andern getragen wird.

Aufgabe.

§. 130. Eine gegebene gerade Linie in beliebige entweder gleiche oder verhältnißmäßige Theile einzutheilen.

Auflösung.

Man trage auf eine anderc beliebige Lienie, soviele Theile als die gegebene haben solle. Die gröste von beeden, A B mache man zur basi eines gleichseitigen Dreyeckes A F B und trage in solches, die kleinere C D mit jener gleichlaufend. Endlich ziehe man aus des Spitze F nach den gemachten Abtheilungen oder durch dieselbigen Linien, F a F b. u. s. w. so ist das verlangte geschehen. fig. 49.

Beweis.

Weil die Dreyecke C F D und A F B einander ähnlich sind, so ist C g: D C = A G: A B, war also A G der fünfte, sechste oder ein anderer gewisser Theil von A B, so ist es G g auch von A B. Gleichfalls ist g h noch einmal so groß als C g, wenn G H ein gleiches Verhältniß gegen A G hat. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 131. Zu zwo gegebenen Linien, die mittlere verhältnißmäßige zu finden.

Auflösung.

Man stosse die gegebenen A B und B D aneinander,

ander, und werfe einen halben Cirkel darüber. Aus dem Puncte B da sie aneinander stossen, richte man eine andere senkrechte B E auf, daß sie den Umkreiß des halben Cirkels berühre. Diese ist die gesuchte. fig. 50.

Beweis.

Man ziehe E A und E D. Weil von beyden Dreyecken E A B und A E D jeder einen rechten Winkel hat, jener bey B, dieser bey E, der Winkel A aber beeden gemeinschaftlich, so sind die dritten Winkel A E B und E D B einander gleich. Da nun in den Dreyecken E A B und E D B bey B beederseits rechte Winkel, der Winkel A E B = D und die gemeinschaftliche Seite E B sich selbst, so verhält sich wie in dem Dreyecke E A B wie die basis zu ihrem Catheto, also im Dreyecke E D B, die basis zu ihrem Catheto, das ist AB: EB = EB: B D. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 132. Wenn die Sehne und Höhe eines Bogens gegeben, den Diameter und Mittelpunct seines Cirkels zu finden.

Auflösung.

Man suche zu der halben Sehne und der Höhe, die dritte Verhältnißmäßige, (§. 127.) so hat man D F. Diese zu der Höhe giebt den Durchmesser, den man, um den Mittelpunct des Cirkels zu finden, in zween Theile theilen muß.

Aufgabe.

§. 133. Aus der Höhe und Sehne eines Bogens,

gens, den Inhalt des Abschnittes zu finden.

Auflösung.

Man suche den Mittelpunct des Cirkels (§. præc.) beschreibe ihn, und trage die gegebene Sehne hinein. Sodann messe man den Winkel A C B und suche den Inhalt des Ausschnittes A C B E. (§§ 26. 114.) Gleichfalls suche man den Inhalt des Dreyeks, und ziehet dieses von jenem ab, so bleibet der Inhalt des Abschnittes. fig. 51.

Aufgabe.

§. 134. Einen verjüngten Maasstab zu verfertigen.

Auflösung.

Man trage auf einer geraden Linie zehn gleiche Theile aus A nach B und beziffere sie von 10 bis 0. Die ganze Länge A B, trage man so oft beliebig, weiter nach E fort. Auf A richte man eine senkrechte Linie A C auf, theile sie in zehn gleiche ebenfalls bezifferte Theile, und ziehe durch jeden Theilungspunct Parallelen mit A E. Auf der obersten trage man die ersten zehn gleiche Theile von C nach D, und hänge sie mit denen von A bis B befindlichen durch Linien zusammen, nehmlich jedweden Theil mit dem folgenden, 10 mit 9, 1 mit 0. Die Durchschnittspuncte werden gleichfalls beziffert. Bedeutet nun A B eine Ruthe, so sind seine zehn Theile Schuhe, und die Querlinien schneiden ihre Zolle ab, 9. 9. ist einer 8. 8. zween u. s. w. fig. 52.

Beweis.

Weil jede Ruthe zehn Schuhe hat, so sind die zehn gleichen Theile von A bis B dergleichen, wenn A B eine Ruthe ist. Ferner ist 9. 9 mit A 10. 9. parallel, daher, da es die basis des Dreyeckes C 9. 9. verhält es sich zur basi des Dreyeckes C A 9, wie seine Seite C 9, zur Seite C A des Dreyeckes C A 9. Nun ist iene der zehnte Theil von diesem, (per constr.) daher ist auch 9. 9. der zehnte Theil von A 10. 9. welches ein Schuh.

Anmerkung.

§. 135. Ein solcher Maasstab wird auf folgende Weise gebrauchet: Die Ruthen suchet man zwischen B und E. Die Schuhe und Zolle zwischen A und B oder C und D, und giebt acht, was für eine Zahl bey dem Durchschneidungspuncte der parallele stehet, dahin der Cirkelfuß reichet.

Aufgabe.

§. 136. Die Entfernung zweyer Orte zu messen, dahin man aus einem dritten kommen kan.

Auflösung.

Man setze den Meßtisch in C, sehe vermittelst der Durchsichten erstlich nach A, dem einem Orte, und ziehe die Linie C a, sodann nach dem andern Orte B, und ziehe Cb.

Hernach messe man die Entfernung von C nach A und B mit der Meßkette, und trage sie durch Hülfe des verjüngten Maasstabes auf die Linien A b und C b.

End-

Endlich misset man mit eben diesem Maasstabe die Linie ab, so weiß man die gesuchte Weite. fig. 53.

Beweis.

Weil die beeden Dreyecke A C B und a c b einen gemeinschaftlichen Winkel C haben, und ihre gleichnahmige Seiten A C, a c, C B, a b, verhältnißmäßig sind, so sind sie einander ganz ähnlich, folglich ist A B zu C A und C B, wie a b zu C a und C b. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 137. Zu wissen wie weit zwey Orte von einander entfernet sind, woferne man aus dem angenommenen Stande nur zu einem kommen kan.

Auflösung.

Man setze den Tisch in den Standort C, messe den Winkel B C A nebst der Seite C A, und trage beedes nach dem verjüngten Maasstabe auf.

Sodann stecke man in C einen Stab, und versetze den Tisch also nach A, daß man den Stab durch die Durchsichten erblicket, wenn das Lineal an der Linie c a lieget.

Hierauf messe man den Winkel c a b ab, und endlich die Länge der Linie a b mit dem verjüngten Maasstabe, so weiß man die gesuchte Entfernung. fig. 54.

Beweis.

Weil C = c, A = a, c a aber und C A einander ähnlich sind, so verhält sich auch b a zu B A, wie a c zu C A. Es giebt also die Länge der Linie

b a die Entfernung B A nach dem verjüngten Maasstabe. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 138. Die Entfernung zweyer Orte, zu denen man nicht kommen kan, zu messen.

Auflösung.

Man wähle zwey Standorte C und D. In D stecke man einen Stab, in C stelle man den Tisch.

2. Man messe die Winkel A C B und B C D, ingleichen die Linie C D. Diese leztere träget man auf.

3. Hernach versetzet man den Tisch nach D, den Stab nach C, und misset die Winkel C D A und A D B.

4. Die gefundenen Winkel setzet man auf c d, und machet die Dreyecke A C D und B D C.

5. Endlich misset man b a mit dem verjüngten Maasstabe, so weiß man die gesuchte Entfernung. fig. 55.

Beweis.

Weil A C D + B C D = a c d + b c d, A D C = a d c, und c d C D ähnlich, so ist das Dreyecke A C D dem Dreyecke a c d ganz ähnlich, folglich auch das Stücke A E, der Seite A D, dem Stücke a e ähnlich. Eben so beweiset man, daß a b dem Stücke E B ähnlich. (§. 127.) Da nun ferner in den Dreyecken C E D und c e d, c = C, d = D und c d der Weite C D ähnlich, so sind beede Dreyecke einander ganz ähnlich, mithin auch e dem Winkel C E D = A E B. Demnach sind auch die Dreyecke

A E B

A E B und a e b einander ganz ähnlich, und a b nach dem verjüngten Maasstabe = A B. W. Z. E.

Erklärung.

§. 139. Die Altimetrie ist die Wissenschaft Höhen zu messen.

Aufgabe.

§. 140. Eine Höhe, zu welcher man aus dem Standorte kommen kan, zu messen.

Auflösung.

Man setze den Tisch in den Standort C, und richte ihn vermittelst einer Bleywaage vertical, so, daß seine untere Seite Wasserrecht sey.

Man sehe aus E mit wasserrecht liegenden Durchsichten nach D, und ziehe D E. Ingleichen richte man die Durchsichten aus E nach A, und ziehe a E.

Die Weite D E messe man, trage sie auf D E, und richte in d eine senkrechte Linie auf, bis sie a E berühret.

Diese messe man, ingleichen B D, so weiß man die verlangte Höhe A B.

Beweis.

In den Dreyecken A E D und a E d ist der Winkel E beeden gemeinschaftlich, bey D und d aber rechte Winkel, welche einander ebenfalls gleich, die Seite E d ist der Weite E D ähnlich: Demnach ist auch d a der Höhe D A nach dem verjüngten Maasse gleich. Derohalben giebt d a mit D B nach besagtem Maasse zusammen gesetzet, die ganze Höhe A B. W. Z. E. fig. 56.

Anmerkung.

§. 141. Wäre der Standort C höher als D, so muß man, um die Höhe A B zu wissen, den Winkel D E B messen und an die Linie E d setzen.

Aufgabe.

§. 142. Eine Höhe zu messen, zu welcher man nicht kommen kan.

Auflösung.

Man wähle in gerader Linie mit B zwey Stände, C und D, und messe in jenem den Winkel c, in diesem den Winkel d, ingleichen messe man die Standweite D C.

Aus dieser und beeden Winkeln mache man mit Hülfe des verjüngten Maasstabes das Dreyecke c a d, und lasse auf die verlängerte basin aus a die senkrechte Linie a e fallen.

Diese giebt die Höhe A E, und woferne E B hinzugesetzet wird, so hat man die ganze Höhe A B. fig. 57.

Beweis.

Weil C = c, D = d, und c d nach dem verjüngten Maasstabe = C D, so sind die Dreyecke A C D und a c d einander ganz ähnlich, mithin a d mit A D Verhältnißmäßig; Da nun bey e und E rechte Winkel, so sind die Dreyecke A E d und a e d einander ganz ähnlich, und a e nach dem verjüngten Maasstabe = A E. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 143. Jedwede geradlinichte Figur in Grund legen.

Auflösung.

Man messe den Umkreis der Figur, das ist, die Linien A B, B C, C D, D E, E A, ingleichen die Diagonalen D B und E B, und beschreibe mit Hülfe des verjüngten Maasstabes die Dreyecke c b d, d b e, und e b a, so ist das verlangte geschehen. fig. 58.

Oder:

Man stelle den Tisch in das Stücke Land, das in Grund geleget werden solle, in A. Hier messe man die Winkel B A C, C A D u. s. w. ingleichen die Seiten A B, A C, u. s. w.

Beedes trage man nach dem verjüngten Maasstabe auf, und ziehe die Linien b c, c d u. s. w. so ist die Figur verzeichnet.

Der Beweis wird aus der Aehnlichkeit der gleichnahmigen Dreyecke auf dem Felde, und auf dem Papiere hergenommen. fig. 59.

Anmerkung.

§. 144. Weil man den Inhalt eines jedweden Dreyeckes ausrechnen kan, so muß man ein Stücke Feld vorher in Grund legen, wenn sein Inhalt zu wissen verlanget wird.

Erklärung.

§. 145. Die Stereometrie ist eine Wissenschaft, die dreyfache Ausmessung bey einem Cörper anzubringen.

Erklärung.

§. 146. Eine Kugel entstehet, wenn sich ein halber Cirkel um seinen Diameter beweget.

Erklärung

§. 147. Eine Walze, (Cylinder) entstehet, wenn sich ein Vierek um eine seiner Seiten, oder ein Cirkel an einer geraden Linie sich selbst parallel beweget.

Erklärung.

§. 148. Ein Prisma entstehet aus der parallelen Bewegung einer geradlinichten Figur an einer geraden Linie. fig. 60.

Zusaz.

§. 149. Demnach hat es zwo gleiche Grundflächen, und seine Seiten bestehen aus so viel Vierecken als Linien sind, welche seine Grundfläche einschliessen.

Zusaz.

§. 150. Man kan also die Walze für ein unzählig eckiges Prisma halten. (§. 114.)

Erklärung.

§. 151. Ein Prisma heisset ein Parallelepipedum, wenn die beschreibende Fläche ein Parallelogrammum ist. Hingegen ein Cubus oder Würfel, wenn die Fläche ein Quadrat, und die Linie, daran es sich beweget, ihrer Seite gleich ist, auch senkrecht stehet.

Zusaz.

§. 152. Also wird ein Parallelepipedum von sechs Parallelogrammis, davon allemal die beeden gegenüber stehenden einander gleich sind, eingeschlossen. Ein Würfel hingegen von sechs gleichen Quadratflächen.

Erklärung.

§. 153. Eine Pyramide wird von so vielen in einem Puncte zusammenstossenden Dreyecken eingeschlossen, als ihre Grundfläche Seiten hat.

Zusaz.

§. 154. Daher kan eine vieleckige Pyramide in so viele Dreyeckige zertheilet werden, als die Grundfläche Seiten hat, weniger zwo.

Erklärung.

§. 155. Ein gerader Kegel entstehet, wenn ein rechtwinkelichtes Dreyek sich um seine senkrechte Seite schwinget.

Zusaz.

§. 156. Daher kan er als eine Pyramide mit unzählig viel Seiten angesehen werden. (§. 150.)

Erklärung.

§. 157. Sind die Flächen, welche einen Cörper einschliessen, einander alle gleich, so heisset er regulär, sind sie ungleich, so heisset er irregulär.

Erklärung.

§. 158. Ein Tetraëdrum wird von vier rechtwinkelichten Dreyecken eingeschlossen; fig. 61. ein Octoëdrum von acht, fig. 62. ein Icosaëdrum von 20. fig. 63. Ein Dodecaëdrum von zwölf regulären Fünfecken. fig. 64.

Zusaz.

§. 159. Daher sind die nurerwähnten Cörper nebst dem Würfel reguläre.

Aufgabe.

§. 160. Die Fläche und den Inhalt eines Würfels zu messen.

Auflösung..

1. Man suche den Inhalt einer von seinen Flächen, und vervielfältige das gefundene mit sechs, so hat man den Inhalt aller Flächen.

2. Der Inhalt einer Fläche mit der Seite vervielfältiget, giebt den cörperlichen Inhalt des Würfels.

Aufgabe.

§. 161. Die Fläche und den Inhalt eines Parallelepipedi zu finden.

Auflösung.

Weil die einander gegenüber stehende Flächen gleich sind, so berechne man A B C D den Inhalt einer Grundfläche, (§. 102.) und zwoer benachbarten Seitenflächen, D B F C und C D E F, was beederseits heraus kommet, setze man zusammen, und verdoppele es, so hat man den Inhalt aller Flächen.

2. Die Grundfläche nehme man in die Höhe D F. so hat man den cörperlichen Inhalt. fig. 65.

Lehrsaz.

§. 162. Ein Parallelepipedum wird durch die Diagonale in zwey dreyeckigte und gleiche Prismata getheilet.

Beweis.

Der ganze Inhalt des Parallelepipedi wird

durch

durch seine ganze Grundfläche in die Höhe gefunden. Demnach ist die halbe Grundfläche in die Höhe, dem halben Inhalte gleich. Es theilet aber die Diagonale die Grundfläche, weil solche ein Parallelogrammum. in zwo Hälften, so Dreyecke sind. (§. 99.) Demnach entstehen aus dem Diagonaldurchschnitte zwey dreyeckigte Prismata, (§. 148.) davon jedes die halbe Grundfläche und Höhe hat. Folglich sind beede einander gleich. W. Z. E.

Zusaz.

§. 163. Weil alle Prismata in dreyeckigte getheilet werden können, indem jede geradlinichte Figur durch Diagonalen in Dreyecke zerschnitten wird, so wird der Inhalt eines jeden Prismatis durch die Grundfläche in die Höhe gefunden.

Zusaz.

§. 164. Aus gleicher Ursache wird der Inhalt aller Flächen eines Prismatis gefunden, wenn der Umfang seiner Grundfläche in die Höhe genommen, und der gedoppelte Inhalt der Grundflächen dazu gesetzet wird.

Aufgabe.

§. 165. Wenn die Höhe einer Walze und der Diameter ihrer Grundfläche gegeben, den Inhalt ihrer Dicke und äusserlichen Flächen zu finden.

Auflösung.

1. Man suche den Inhalt der Grundfläche, (§. 155.) und nehme ihn in die Höhe, so hat man den Inhalt der Dicke.

2. Den

2. Den Umkreis nehme man in die Höhe, und setze den doppelten Inhalt der Fläche dazu, so hat man den Inhalt aller äussern Flächen.

Beweis.

Weil der Cirkel als ein reguläres Vielek, das unzählige Seiten hat, angesehen wird, (§. 114.) eine Walze aber, in Gedanken in eine Menge aufeinander liegender Cirkelscheiben zerschnitten werden kan, so kan sie als ein Prisma, das unzählig viele Seiten hat, angesehen, folglich auf eben dergleichen Weise berechnet werden. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 166. Alle Prismata Parallelepipeda und Cylinder von gleicher Höhe und Grundfläche sind einander gleich.

Beweis.

Weil man alle diese Solida durch ihre Grundflächen und Höhen ausmisset, (§. 160. 162. 164.) und sie dem facto derselbigen gleich sind, so müssen sie untereinander selbst gleich seyn, wenn sie dem Dritten gleich sind, (Arith. §. 15.) das ist, wenn ihr Inhalt eben dieselbigen factores hat. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 167. Pyramiden und Kegel von gleicher Grundfläche und Höhe sind einander gleich.

Beweis.

1. Es seyen zwo Pyramiden zwischen zwo Paral-

rallelen A b, C c, also, daß eine durch die Puncte beeder Spitzen C c, die andere durch gleichnahmige Puncte A B, a b, ihrer Grundflächen gehe, da nun beede Pyramiden gleich hoch sind, so werden die senkrechten Linien C D, c d, die man von den Spizpuncten auf die untere parallele fallen lässet, einander gleich seyn; ingleichen auch die Linie, die man von dem Auffalls-Puncte, bis an die gleichnahmigen ziehen kan. Demnach sind auch die hypothenusen zu beeden Linien einander gleich, (§. 59.) folglich auch der Flächen Inhalt beeder Dreyecke. (§. 108.) Da nun eben dieses von allen gleichnahmigen Puncten der Grundflächen gilt, jedwede aber der andern gleich ist, per hypoth. so sind alle gleichnahmige Flächen, welche beede Pyramiden einschliessen, einander gleich, mithin auch der ganze Raum, den sie einschliessen. W. Z. E. fig. 66.

2. Weil ein Kegel als eine Pyramide mit unzählig vielen Ecken angesehen werden kan, so kan eben dieser Beweis auf sie angewendet werden.

Zusaz.

§. 168. Daher sind die drey Pyramiden darein jedwedes dreyeckichte Prisma zertheilet werden kan, einander gleich.

Anmerkung.

§. 169 Weil es nicht wohl möglich fället einem Anfänger die Durchschnitte des Prismatis auf dem Papiere deutlich genung vorzustellen, so werden sie lieber an einem von Holze verfertigten Prismate gezeiget.

Zusaz.

§. 170. Weil die Pyramide der dritte Theil eines Prismatis von gleicher Höhe und Grundfläche ist, (§. 168.) ein Kegel aber für eine unzählig eckigte Pyramide (§. 164.) gleichwie eine Walze für ein unzählig ellichtes Prisma angesehen wird, so ist der Kegel gleichfals der dritte Theil einer Walze von gleicher Höhe und Grundfläche.

Zusaz.

§. 171. Um also den Inhalt einer Pyramide und eines Kegels zu finden, darf man nur die Grundfläche mit dem dritten Theile der Höhe vervielfältigen.

Aufgabe.

§. 172. Den Inhalt eines gestuzten Kegels zu finden.

Auflösung.

1. Suche man die Höhe des ganzen Kegels, indem man sagt, wie der Unterschied der beeden halben Durchmesser zur Höhe des Stuzes, also der grosse halbe Durchmesser, zur ganzen Kegelhöhe.

2. Aus dieser und dem grossen Diametro, suchet man den Inhalt des ganzen Kegels, (§. 168.) ingleichen aus dem kleinen Diametro und der Höhe des abgeschnittenen Stückes, den Inhalt des kleinen Kegels.

3. Diesen ziehe man vom Inhalte des grossen Kegels ab, so bleibet der Inhalt des Stuzes. fig 67.

Lehr-

Lehrsaz.

§. 173. Eine Kugel hält zwey Drittheile von einer Walze, der gleiche Grundfläche und Höhe hat.

Beweis.

Es seyen in dem Quadrate A B C D ein Quadrante und ein Dreyek, von gleicher Höhe und Grundlinie. Indem sie sich alle drey um ihre gemeinschaftliche Seite C schwingen, entstehet ein Cylinder (§. 147.) eine halbe Kugel (§. 146) und ein Kegel (§. 154.) Man mache an einem beliebigen Orte, einen Durchschnitt mit ihrer gemeinschaftlichen basi C B parallel, so ist E H seine Hälfte, E F = E C (§. 99.) gehöret für den Kegel, E G, für die Kugel, E H für die Walze, Nun ziehe man C G, welches = C B (§. 22.) und erhebe die Seiten des gleichwinkelichten Dreyeckes G E C ins Quadrat, so ist GC^2 das Quadrat der Walze und der hypothenuse: $= EC^2 + EG^2$ (§. 123.) Wird nun EC^2 das Quadrat für den Kegel von ihm abgezogen, so bleibet das Quadrat für die Kugel EG^2. Es ist aber ein Kegel der dritte Theil eines Cylinders von gleicher Höhe und Grundfläche: demnach ist eine Kugel von eben derselben Höhe und Grundfläche zwey Drittheile von ihm. W. Z. E. fig. 68.

Lehrsaz.

§. 174. Der Cubus des Diametri verhält sich zum Inhalte seiner Kugel beynahe wie 300 zu 157.

Be-

Beweis.

Es sey der Diameter = 100. so ist sein Cubus = 1000 000. (§. 31.) Arithm. Ein Cylinder aber, von eben derselbigen Grundfläche 785000. (§. 117.) und eine Kugel, $523333\frac{1}{3}$. demnach ist der Diameter Würfel zu seiner Kugel, wie 1000000 zu $523333\frac{1}{3}$ = 3000000, oder 300 zu 157. W. Z. E.

Zusaz.

§. 175. Daher wird der Inhalt einer Kugel gefunden, wenn man ihren Diameter cubiret, und spricht, wie 300. zu 157. also der gefundene Cubus zum gesuchten Kugelinhalte.

Zusaz.

§. 176 Demnach verhalten sich die Kugeln wie die cubi ihrer Durchmesser.

Lehrsaz.

§. 177. Eine Kugel ist gleich einem Kegel oder einer Pyramide daran die Grundfläche der ganzen Kugelfläche, die Höhe aber dem halben Kugeldiameter gleich ist.

Beweis.

Wenn die äussere Fläche der Kugel in lauter dermassen kleine Vierecke zertheilet wäre, daß der Unterschied zwischen der Wölbung eines solchen Abschnittes und einer ebenen Fläche vor nichts zu achten wäre, so könten diese Flächen, die bases viereckichter Pyramiden seyn, die mit ihren Spitzen am Mittelpun-

cte

te der Kugel zusammenstiessen. Demnach würden alle Grundflächen dieser Pyramiden zusammengenommen, gleich seyen der ganzen Kugelfläche, und die Höhe einer jeden dem halben Diametro der Kugel beynahe. Es wäre nehmlich der Unterschied für nichts zu achten. Daher hält man die Kugel einer Pyramide gleich, deren Grundfläche ihrer ganzen, die Höhe aber dem halben Diameter gleichet. W. Z. E.

Lehrsaz.

§. 178. Die äussere Fläche einer Kugel ist zu ihrem grösten Cirkel wie 4 zu 1.

Beweis.

Weil die Kugel einer gewissen Pyramide gleichet (§. præc.) so findet man ihre Fläche, wenn ihr Dickeninhalt durch den dritten Theil des halben Diameters getheilet wird. (§. 168.) Nimmt man nun den Diameter = 100 so ist der Inhalt des grösten Cirkels 7850. (§. 117) der Kugel aber 1570000 (§. 172) wird dieser durch den dritten Theil des halben Diameters $\frac{50}{3}$ getheilet, so bekommet man 31400. demnach verhält sich die ganze Fläche zu dem grösten Cirkel wie 31300 zu 7850, oder wenn beederseits durch 7850. getheilet wird, wie 4 zu 1. W. Z. E.

Zusaz.

§. 179. Demnach ist die äussere Kugelfläche gleich dem Rectangulo aus der Peripherie des grösten Cirkels und dem Diametro.

Bayerische Staatsbibliothek München

Zusaz.

§. 180. Also wird die Fläche und der Inhalt einer Kugel aus ihrem Diametro gefunden. Denn dieser in ihre Peripherie giebt die ganze Fläche, (§. præc.) und diese mit dem 3. Theil des halben Diametri giebt den Inhalt. (§. 176)

Lehrsaz.

§. 181. Alle Prismata, Parallelepipeda, Pyramiden, Cylinder und Kegel, von einerley Höhe, verhalten sich gegen einander wie ihre Grundflächen: Sind diese gleich, wie die Höhen.

Beweis.

Alle Prismata, Parallelepipeda und Cylinder, verhalten sich wie die Grundflächen in die Höhe: (§. 165.) Die Pyramiden aber und Kegel, wie der dritte Theil der Höhe in die Grundfläche (§. 169.) Wenn demnach die Höhen gleich sind, kan zwischen ihnen kein anderer Unterscheid des Inhaltes seyn, als den die Grundflächen hinein bringen, und wenn diese gleich sind, muß der Unterscheid von jener herrühren. Daher verhalten sie sich in jenem Falle wie die Grundflächen, in diesem wie die Höhen. W. Z. E.

Zusaz.

§. 182. Weil die Grundflächen der Cylinder Cirkel sind, die Cirkel aber sich verhalten wie die Quadrate der Durchmesser, (§. 117) so verhalten sich die Cylinder von gleicher Höhe wie die Quadrate ihres Durchmesser.

Auf-

Aufgabe.

§. 183. Einen Visierstab zu verfertigen, um zu wissen, wie viel Bier, Wein u. s. w. in einem cylindrischen Gefässe sey.

Auflösung.

Man mache ein cylindrisch Gefässe das eine Kanne hält, und lieber weit als hoch sey.

Den Diameter desselbigen trage man aus A nach B. fig. 69.

In A richte man eine lange Linie senkrecht auf, und trage den Diameter aus A nach 1. so ist die hypothenuse B 1. der Diameter des zweykannichten Gefässes.

Diesen träget man aus A nach 2. so ist B 2. der Diameter des Dreykannichten.

Auf diese Weise findet man die Diameter so vielkannichter Gefässe als man will, träget sie auf eine Seite des Visierstabes, und auf die andere, die Höhe des Kannengefässes, so oft es möglich. So ist der Stab fertig.

Beweis

Cylinder verhalten sich wie die Quadrate ihrer Diameter §. 182. es ist aber das Quadrat B 1. oder A 2, zweymal so groß als das Quadrat A B oder a 1. (§. 123.) Ist demnach a 1. der Diameter eines Kannengefässes, so ist A 2. der Diameter eines Zweykannichten, das eine Höhe mit jenem hat, u. s. w. Misset man also mit der Diameter-

seite des Stabes den Diameter des gegebenen Gefässes, so erfähret man, wie viele Kannen auf dem Boden stehen können, hingegen die Kannenseite zeiget, wie viele Kannen übereinander im Gefässe Plaz haben. Nimmet man nun den Diameter des gegebenen Gefässes in seine Höhe, so erfähret man, wie viele Kannen in ihm enthalten sind. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 184. Ein Faß mit diesem Stabe zu visiren.

Auflösung.

Man messe mit der Diameterseite den kleinesten und grösten Diameter des Fasses, das ist: des Bodens und Bauches.

Mit der Kannenseite messe man seine Länge.

Man suche die mittlere Proportionalzahl zwischen beeden Diametris, und vervielfältige sie durch die Länge des Fasses, so findet man die Zahl der Kannen, die im Fasse Raum haben. fig. 70.

Anmerkung.

§. 185. Weil man bloß annimmet, das Faß sey einem Cylinder gleich, dessen Umfang der mittlere Cirkel zwischen dem kleinesten und grösten des Fasses sey, ohnerachtet man es nicht beweisen kan, so kan auch dieses Ausmessen nicht genau eintreffen. Eine ganz genaue Weise hat noch niemand gegeben, absonderlich wenn das Faß nicht ganz voll ist, wiewohl sehr viele sich damit bemühet, und noch neulich der P. Pezenas vermittelst parabolischer Kegelabschnitte der keglerischen Aufgabe vom Verhältnisse der Abschnitte

schnitte eines Fasses ein Genüge zuthun bemühet gewesen. Genug ists wenn eine Methode nur nicht so weit fehlet, daß sie im gemeinen Leben Schaden verursachet, und hat eben die elende Methode der Visirer zu Marseille ihn bewogen auf eine bessere zu sinnen. S. Mem. pres. a l'Acad. par divers savans T. 1. p. 55.

Anmerkung.

§. 186. Die Menge des Getränkes in einem nicht vollen Fasse kan durch gegenwärtige Aufgabe gefunden werden, wenn das Faß aufgestellet wird.

Anmerkung.

§. 187. Den Inhalt eines Octoëdri, Dodecaëdri, Icosaëdri, findet man auf bereits beschriebene Weise, nur daß man das gefundene so oftmahl nehmen muß, als der Cörper Flächen hat. Der Inhalt eines irregulairen Cörpers wird gefunden, wenn er in ein Parallelepipedum geleget, und solches voll Wasser gegossen, oder voll Sand geschüttet wird. Denn der leere Raum, welcher nach heraus genommenen Cörper bleibet, giebt den Inhalt desselben.

Anfangsgründe der Trigonometrie.

Erklärung.

§. 1.

Die Trigonometrie ist eine Wissenschaft, aus drey gegebenen Theilen eines Dreyeckes die übrigen drey zu finden.

Anmerkung.

2. Weil in der Grösse eines Winkels nichts vorhanden ist, das die Länge der Seiten bestimmete, so verstehet es sich von selbst, es müsse unter den drey gegebenen Theilen eines Dreyeckes wenigstens eine Seite mit gegeben seyn.

Erklärung.

§. 3. Die halbe Sehne eines Bogens A D heisset der Sinus, oder Sinus rectus, sowol desselbigen halben Bogens A E, als desjenigen, der mit ihm 180. Grad machet A I, und die Hälfte des Bogens A I B ist. fig. 71.

Zusaz.

§. 4. Der Sinus stehet auf dem Diameter oder Radio senkrecht, (Geom. §. 11.) folglich sind die Sinus mehrerer Bogen einander parallel. (Geom. §. 10.)

Zusaz.

§. 5. Weil jedweder halber Bogen von zween Radiis abgeschnitten werden kan, so ist der Sinus des halben Bogens, auch der Sinus des Winkels, den beede Radii einschliessen, ingleichen des Winkels, der mit jenem 180. Grade machet A C I.

Zusaz.

§. 6. Demnach stehen die Winkel, welche einen gemeinschaftlichen Sinum haben, auf dem Diameter nebeneinander.

Erklärung.

§. 7. Die senkrechte Linie, welche dem Sinui parallel ist, und den Radium an der Peripherie des Cirkels berühret, heisset der Tangens der halben Bogen A E und A I, und der Winkel A C E und A C I, dazu der Sinus gehöret. F C heisset ihr Secans. fig. 71.

Erklärung.

§. 8. Der Sinus totus ist der Radius, oder Sinus des Quadrantens. Sinus versus ist das Stück, welches der halbe Bogen und sein Sinus vom Radio abschneiden. Der Sinus A G des Bogens A H, welcher mit jenem 90. Grad machet, heisset Cosinus, oder Sinus Complementi, der Tangens desselbigen, heisset Cotangens oder Tan-

gens Complementi, und sein Secans heisset Cosecans oder Secans Complementi. fig. 71.

Zusaz.

§. 9. Weil dasjenige D C, was der Sinus versus E D vom Radio übrig lässet, dem Cosinui gleich, (Geom. §. 58.) zugleich aber auch eine Seite des rechtwinkelichten Dreyeckes A C D ist, so wird der Cosinus gefunden, wenn man den Sinum weis. Geom. (§. 62.

Zusaz.

§. 10. Aus gleicher Ursache findet man den Secantem, wenn der Tangens bekannt.

Anmerkung.

§. 11. Weil das Verhältniß nicht genau genug heraus käme, wenn man, wie zwar in andern Fällen hinlänglich, den Diametrum in 100, folglich den Radium in 50. Theile getheilet annähme, so hat man ihn den Radium nehmlich in weit mehr, nehmlich in 10000000 getheilet, und berechnet, wie viele dergleichen Theile der Sinus eines Grades, bis 90, ja einer jedweden Minute habe. Eben dergleichen hat man auch mit ihren Tangenten gethan, indem selbige gleich den Secanten mit der Grösse des Winkels wachsen. Die Secanten werden vorjezt wenig mehr gebrauchet.

Anmerkung.

§. 12. Indem die Tafeln für die Sinus und Tangentes bereits gerechnet sind, so darf man zwar die Weise

dieser

dieser Berechnung nicht in der Absicht, auf diese Mühe, wissen, es ist aber doch nöthig ihren Grund einzusehen, damit man nicht etwas gebrauche, von dessen Beschaffenheit man nicht das geringste weis. Es dienen hiezu folgende Aufgaben.

Aufgabe.

§. 13. Wenn der Sinus A D und der Cosinus eines Bogens D C bekannt, den Sinum eines andern nur halb so grossen Bogens zu finden.

Auflösung.

Weil in dem Dreyecke A E D die Seite A D gegeben, E D aber nebst D C, welches gleichfalls gegeben, dem Sinui toti gleich, mithin ebenfalls bekannt ist, so addire man die Quadrate E D und A D und ziehe die Wurzel heraus, so hat man A E.

Die Hälfte davon ist der gesuchte Sinus. fig. 72.

Aufgabe.

§. 14. Wenn der Sinus G B und der Cosinus G C eines Bogens F B gegeben, den Sinum D E eines doppelt so grossen Bogens D B zu finden.

Beweis.

Weil die Dreyecke C G B und D E B bey E und G rechtwinkelicht, so sind sie einander ähnlich. Da nun der Winkel B beeden gemein, so ist im △ bekannt, die Winkel B und E, nebst der hypothenusa B D. Daher, wie im △ G C B, die hypothe-

nuse B C zur Seite G C, also im Δ D E B die hypothenuse D B zur Seite D E, das ist: wie der S. T. zum Cosinu des Bogens F B, also der doppelte Sinus dieses Bogens, zum gesuchten Sinu. Da nun die ersten drey gegeben, so findet man das vierdte durch die Regel De Tri. (Arithm. §. 49.) fig. 73.

Aufgabe.

§. 15. Wenn der Unterscheid zweyer Bogen nicht über 45. Min. ist, aus ihren Sinibus, den Sinum eines zwischen sie fallenden Bogens zu finden.

Auflösung.

Es sey ein gegebener Sinus F G, des Bogens F A, der andere D E, des Bogens D A, der gesuchte I L, des Bogens I A, so ist D H der Unterscheid der gegebenen Sinuum, folglich bekannt. Da man nun den Bogen D F, weil er so klein, als eine gerade Linie ansehen darf, so ist in dem Dreyecke F D H bekannt die Seite D F und D H, im Δ F I K die Seite F I; Da nun über dieses bey H und K rechte Winkel, folglich beede einander ähnlich sind, so ist F D : D H F I : I K, oder: wie die hypothenuse des grossen Δ zu ihrer basi, also die hypothenuse des kleinen zu ihrer basi, (Geom. §. 124. 127.) oder trigonometrisch zu reden, wie der Bogen F D zum Unterscheide der beeden gegebenen Sinuum, also der Bogen F I zum Unterscheide des kleinen gegebenen, und des gesuchten Sinus. Diesen Unterscheid setze man zu dem kleinen Sinu, so hat man den gesuchten. fig. 74.

Auf-

Aufgabe.

§. 16. Den Sinum für die Bogen von 30. und 45. Grad zu finden.

Auflösung.

1. Es sey A B = den Radiis A C und B C, so hat der Bogen A B 60. Grade, (Geom. §. 67.) und seine Sehne ist gleich dem Sinui toti A C. Demnach ist die Hälfte des S. T. = dem Sinui des Bogens von 30. Grad. (§. 3.)

2. Wenn in einem Cirkel ein Quadrat beschrieben wird, so ist eine jede Seite dieses Quadrates die Sehne eines Bogens von 90. Grad, und zugleich die hypothenuse eines Dreyeckes, dessen übrige Seiten = dem Radio. Demnach ist Quadrat = dem doppelten Quadrate des Sinus totius. Wird aus diesem die Wurzel gezogen, so hat man die Sehne von 90; davon die Hälfte = dem Sinui des Bogens von 45. Grad. fig. 75.

Anmerkung.

§. 17. Wolte man eine Tafel für die Sinus rechnen, so könte es vermittelst der vorhergehenden Aufgaben (§. 13. 14. 15.) geschehen, woferne man vor allen Dingen durch die vorhergehende Aufgabe (§. 16.) die Sinus für die Bogen von 30. und 45. Grad gefunden hat. Welches dann sehr wohl geschehen kan weil man den Sinum totum in so vielen Theilen als beliebig, annehmen kan. Nebst deme müste man auch den Sinum von 36 Grad wissen. Indem aber dieser die halbe Seite eines regulairen

Fünf-

Fünfeckes ist, welches die Algebra finden lehret, so kan am gegenwärtigen Orte nichts davon gedacht werden, gleichwie es dann auch nicht nöthig, sondern das angeführte schon genug ist, daß ein Anfänger den Grund der Tafeln für die Sinus, und ihre Zuverläßigkeit einsehe. Indem aber nebst den Sinibus auch die Tangenten gebrauchet werden, so ist nöthig hievon etwas zu gedenken.

Aufgabe.

§. 18. Aus dem Sinu eines Bogens seinen Tangenten zu finden.

Auflösung.

Weil der Sinus und der Tangens einander parallel, indem sie beede senkrecht auf dem Radio stehen (§. 4. 7. so ist wegen Aehnlichkeit der beeden Dreyecke D C : A D = E C : E F. Das ist: wie in dem kleinen Dreyecke A C D, der Cathetus zur Basi, also der Cathetus des grossen Dreyeckes F C E zu seiner Basi, oder trigonometrisch zu sprechen, wie der Cosinus zum Sinu, also der Sinus totus znm Tangenten.

Anmerkung.

§. 19. Weil alle Zahlen für Sinus und Tangenten aus mehr oder weniger Figuren bestehen, je grösser oder kleiner die Zahl ist, die man für den Sinum totum annimmet, diese aber, um die Auflösungen desto genauer zu geben, sehr groß seyn muß, so ist das Vervielfältigen und Theilen der Sinuum und Tangenten, das ist, die Rechnung mit ihnen, sehr langweilig und verdrüßlich. Man gebrauchet also nur ihre Logarithmos, weil man sodann statt des Multiplicirens

und

und Dividirens nur addiren und subtrahiren darf. Man hat zu diesem Ende Tafeln für die Logarithmos aller Sinuum und Tangentium von 1. bis 90. Grad, und ihrer Minuten. Der erste Verfasser derselbigen, war Johann Nepper ein Schottländischer Baron von Merchiston, eben derjenige, welcher die Rechenstäbgen erfunden hat, wornach Benjamin Ursinus Churbrandenb. Mathemathicus die Secunden dazu rechnete. Weil aber in diesen Tafeln der Logarithmus des Sinus totius 0 war, so änderte Heinrich Brigg Prof. zu Oxford dieses, und nahm vielmehr 0 für den Logarithmum von 1. an, welches auch bisher beständig im Gebrauche geblieben. Damit aber erhellen möge, wie es zugehe, daß die Logarithmi aus der Division und Multiplication eine Subtraction und Addition machen: so müssen wir an die Rechenkunst zurük denken. (§§. 68. 69. u. s. w.)

Anmerkung.

§. 20. Weil es für unsere Absicht zu weitläuftig fiele, das Berechnen der Logarithmorum für die gemeinen Zahlen zu zeigen, so erwähnen wir nur dieses davon, man habe die geometrische Reihe angenommen, 1. 10. 100. 1000. u. s. w. für die Logarithmos aber, 000 000 000, 1.0000 0000 u. s. w. Das erste nehmlich zum Log. von 1. Das andere zum Log. von 10. Das dritte zum Log. von 100. Aus diesen werden die Logarithmi der Zwischenzahlen von 1 bis 10, von 10 bis 100 u. s. w. durch oft wiederholtes Proportioniren gefunden, welches freylich eine höchst langweilige und verdrießliche Arbeit ist.

Lehrsaz.

§. 21. Der Sinus ähnlicher Bogen A B und a b haben gegen die Radios ihrer Cirkel einerley Verhältniß.

Beweis.

Weil ähnliche Bogen gleichviele Grade des Cirkels betragen, so sind ihre Winkel am Mittelpuncte einander gleich. Da nun jeder Sinus senkrecht auf dem Sinu toto stehet, (§. 4.) so ist in den rechtwinkelichten Dreyecken A C B und a c b, B C : A B = b c : a b, und A C : A B = a c : a b. W. Z. E. fig. 76.

Lehrsaz.

§. 22. In jedwedem Dreyecke verhalten sich die Seiten wie die Sinus der entgegen stehenden Winkel.

Beweis.

Es sey das Dreyek A B C in einem Cirkel beschrieben, (Geom. §. 84.) so ist die Hälfte des Bogens A B das Maas des Winkels C, (Geom. §. 69.) folglich die halbe Seite A B sein Sinus. Gleichfalls ist der halbe Bogen A C des Winkels B sein Maas, und die halbe Seite A C, des besagten Winkels Sinus. Wiederum ist der halbe Bogen B C, das Maas des Winkels A, und die halbe Seite B C sein Sinus. Daher ist, wie die Seite A B zu dem Sinu des ihr entgegen gesezten Winkels

kels C, also die Seite A C zu dem Sinu des ihr entgegen stehenden Winkels B, und also auch die Seite B C zu dem Sinu des ihr entgegen gesezten Winkels A. W. Z. E. fig. 77.

Aufgabe.

§. 23. Wenn die Seite A B und die zween Winkel A und C gegeben, die Seite B C zu finden.

Auflösung.

Gleichwie (§. 30.) der Sinus des Winkels C

zu der demselbigen Winkel entgegen gesezten Seite A B,

Also der Sinus des Winkels A

zu der ihm entgegen gesezten Seite B C.

Man subtrahiret also von den zusammen gesezten Logarithmis der Seite A B und des Sinus C, den Log. des Sinus C, so bleibet der Log. der Seite B C.

Anmerkung.

§. 32. Wäre die gefundene Zahl für Schuhe, so vermehre man sie mit o. und suche unter der folgenden Characteristica die nächste dazu, so hat man den Logarithmum für die Zolle über die Schuhe. Will man auch Linien haben, so setze man der Zahl der Zolle wieder o. zu, und suche unter der folgenden Characteristic die nächste.

Auf-

Aufgabe.

§. 33. Wenn zwo Seiten A B und B C nebst einem Winkel C, der einer von ihnen gegenüber stehet, gegeben, die übrigen Winkel finden.

Auflösung.

Saget, (§. 30.)

Wie die Seite A B

Zum Sinu des gegenüber stehenden Winkels C,

Also die Seite B C

Zum Sinu des gegenüber stehenden Winkels A.

Add. { Log. C.
Log. Sin. B C.

Subtr. Log. A B.

Resid. est Log. Sin. A.

Anmerkung.

§. 34. Wäre das Dreyek stumpfwinkelicht, so nimmet man des gefundenen stumpfen Winkels Complement zu 2. rechten (§. 6.)

Anmerkung.

§. 35. Ist der stumpfe Winkel gegeben, so setzet man den Sinum seines Nebenwinkels, der mit ihm 180. Grad machet, in die Rechnung.

Anmerkung.

§. 36. Will man wissen wie viel Secunden der gefundene Log. Sinus über die Grade betragen, so ziehe man von ihm den nächst kleinern ab, und multiplicire die gefundene Differenz mit 60, sodann ziehe man ihn selbst von dem nächst größern ab, und theile mit dieser Differenz das vorige Product, so erhält man die Secunden.

Anmerkung.

§. 37. Wenn zween Winkel eines Dreyeckes bekannt so ist auch der dritte leicht zu finden (Geom. §. 62.)

Aufgabe.

§. 38. Wenn die zwo Seiten, welche den rechten Winkel einschliessen, bekannt, die übrigen Winkel zu finden. fig. 78.

Auflösung.

Weil man in jedwedem rechtwinkelichten Dreyecke eine Seite, als hier B C für den Sinum totum annehmen kan, wornach die senkrecht auf ihr stehende, als hier A B den Tangenten des Winkels C, die dritte den Secanten vorstellet, (§. 7.) so sprechet

Wie die Seite B C
Zur Seite A C,
Also der Sinus totus
Zum Tangenten des Winkels C.

Add. { Log. A B.
Log. Sin. tot.

Subtr. Log, B C.

Resid. est Log. Tang. C.

Lehrsaz.

§. 39. Wird der halbe Unterscheid zwoer Grössen oder Zahlen zu der halben Summe derselbigen gesetzt, so hat man die grössere von ihnen; wird er von der halben Summe weggenommen, so hat man die kleinere besagter Zahlen.

Beweis.

Die grössere Zahl unter zweyen, ist um soviel grösser als die kleinere, als der beederseitige Unterscheid beträget. Dergestalt ist sie = der kleinen + dem Unterschiede. Nun seze man die kleinere noch dazu, so hat man die Summe von beeden, das ist 2 kleine + den Unterschied: folglich ist die halbe Summe = 1 kleinen + der ½ Unterschied. Nimmt man diesen weg, so bleibt die kleine Zahl. Hingegen ist die grosse = der kleinen + den ganzen Unterschied. Daher muß zu der kleinen + ½ Unterschied, das ist: zu der halben Summe noch ½ Unterschied gesetzet werden, woferne man die grosse Zahl haben will. W. Z. E.

Aufgabe.

§. 48. Wenn zwo Seiten nebst dem eingeschlos-

schlossenen Winkel gegeben, die übrigen Winkel zu finden. fig. 79.

Auflösung.

Es seyen die gegebenen Seiten A C und B C, der Winkel C, die gesuchten Winkel A und B, so sprecht:

Wie die Summe A C + C B der Seiten
zu dem Unterschiede derselbigen,
Also der Tangens von $\frac{1}{2}$ A + $\frac{1}{2}$ B
zu dem Tangens ihres halben Unterschiedes.

Diese gefundene halbe Differenz setzet zu der halben Summe der Winkel, so habt ihr den grösten Winkel, als hier B; ziehet sie ab, so habt ihr den kleinern Winkel A.

Beweis.

Man trage die kleine gegebene Seite B C aus C nach D und E, so ist die Linie D A = beeden gegebenen Seiten, E A hingegen ihrem Unterschiede. Man ziehe D B und B E, so könte in C der Mittelpunct eines Cirkels seyn, dessen Radic D C, E C und C B wären: Demnach ist D B E ein rechter Winkel. (Geom. §. 71.) Wird nun G A mit B E parallel gezogen, so ist der Winkel bey G ebenfalls ein rechter. Folglich die Winkel G A D und B E D einander gleich. (Geom. §. 127.) Nun ziehe man aus A mit G A einen Cirkel, so ist A B

der Secans des Winkels G A B, hingegen G B sein Tangens. (§. 7.) Gleichfalls ist A D der Secans des Winkels G A D, und D G ist sein Tangens.

Nun ist aber der äussere Winkel D C B = den beeden innern C B A + C A B, (§. 64. Geom.) nicht weniger ist er gleich den Winkeln C B E + B E C, (§. eod.) oder, weil das Dreyek B E C gleichschenkelicht, = 2 B E C. Es ist aber G A B = B E C. Daher ist er auch = 2 G A B. Demnach ist sowohl E E B, oder B E D, als G A D = der halben Summe der gesuchten Winkel C B A und C A B, folglich, weil B A E der kleine unter ihnen, der Winkel G A B gleich dem halben Unterschiede zwischen beeden. (§. præc.) Daher ist in dem rechtwinklichten △ A D G, wie der Cathetus D G zu seinem Stücke B G, also die hypothenuse D A zu ihrem Stücke E A. Das ist trigonometrisch zu reden:

wie D A	zu	E A
Die Seitensumme		dem Unterschied der Seiten.
Also D G		zu B G
der Tang. der ½ Winkelsumme		Tang. ihres ½ Unterschieds

W. Z. E.

Aufgabe.

§. 41. Wenn die drey Seiten eines Dreyeckes gegeben, die Winkel zu finden. fig. 80.

Auf-

Auflösung.

Man beschreibe mit der kleinesten Seite aus A einen Cirkel: und ziehe A D. Weil dieses = A B so ist C D = den beeden Seiten A C + A B, hingegen ist F C = dem Unterscheide derselbigen. (§. præc.) Sprechet also

Wie die basis C B zu C D der Seitensumme,

Also der Seiten Unterschied C F, zu dem basis Stück C G.

Den gefundenen Werth von C G ziehe man ab von der Seite C B, so bleibet G B, dieses wird in zwo Hälften getheilet, wenn ein Perpendickel aus A darauf herab fället. Da nun in dem rechtwinkelichten △ A E B die Seiten A B und B E bekannt, so können die Winkel E A B und A B gefunden werden. Gleichfalls findet man in dem △ C A E, aus den bekannten Seiten A C und C E die Winkel C, und C A E, welcher + B A E = A. Demnach sind alle drey Winkel gefunden.

Beweis.

Weil alles übrige, was bey der gegenwärtigen Auflösung vorkommet, aus den vorigen Aufgaben schon bekannt ist, so ist hier nur zu beweisen, daß CB : CD = CF : CG.

Man ziehe die Linien D B und x G. So stehet der Winkel G y D auf dem Bogen G F D, und hat folglich die Hälfte desselbigen zu seinem

Maasse. Wiederum so stehet der Winkel D x G auf dem Bogen G B D, hat also die Hälfte desselbigen zu seinem Maasse. (Geom. §. 69.) Demnach haben sie beede zusammen den halben Cirkel zum Maasse, das ist 180 Grade. Es sind aber die Winkel x + o gleichfalls = 180. Gr. (Geom. §. 35.) Folglich o = y. Nun ist über dieses der Winkel C beeden Dreyecken C o G und C D B gemeinschaftlich. Daher ist C B : C D = C F : C G. W. Z. E.

Anmerkung.

§. 42. Weil das Messen der Höhe und Entfernung eines Ortes auf dem Auflösen gewisser Dreyecke beruhet, so erhellet, daß man dergleichen Aufgaben aus der Altimetrie und Planimetrie vermittelst der Trigonometrie ein Genüge thun könne.

Aufgabe.

§. 43. Das Verhältniß des Diametri zur Peripherie zu finden.

Auflösung.

Es sey der Radius des Cirkels = 10000 000. so ist sowol der Sinus A G, als der Tangens E D des Minutenbogens A D beynahe 2909. Wiewol also der Bogen A D selbst, eigentlich um etwas grösser als sein Sinus, und um etwas kleiner als sein Tangens seyn muß, so kan er doch, weil ihr

beeden-

beederſeitiger Unterſchied nicht merklich, für eben ſo groß als einer von ihnen angenommen werden. Nun hat ein Cirkel 21600. Minuten in den 360. Graden ſeines Umkreiſes; Es giebt aber 21600 mit 2909 vervielfältiget 62834400. Da nun der Diameter noch einmahl ſo groß als der Radius, (Geom. §. 23.) ſo iſt er zum Umkreiſe des Cirkels wie 20000000 zu 62834400, das iſt: wenn beederſeits mit 200000 getheilet wird, ohngefehr wie 100 zu 314.

E N D E.

Bayerische Staatsbibliothek München

Weil es dem Verfasser wegen anderer Verrichtungen nicht möglich gewesen die Correctur zu übernehmen, so sind folgende Druckfehler eingeschlichen:

pag. 8. §. 26. lin. 4. für 13. n. 1. l. 12.
pag. 16. §. 38. lin. 2. für nicht l. recht.
§. 39. lin. 14. für 914. l. 913.
pag. 26. §. 62. lin. 2. für Zählern l. Nennern.

In der Geometrie.

pag. 38. §. 15. lin. 2. für KE. l. DCE.
pag. 54. §. 65. lin. 8. für DC. l. DCA.
pag. 55. §. 69. lin. 19. für ACD l. ACB.
pag. 56. §. 73. lin. 13. für fig. 31. l. 32.
pag. 57. §. 74. lin. 9. für A l. B.
pag. 59. §. 78. lin. 12. für DC l. DE.
pag. 64. §. 93. lin. 9. für cdb l. adb.
lin. 10. für dd l. bb.
pag. 78. §. 128. lin. 8. für FD l. FE.
pag. 85. §. 140. lin. 12. für BD l. ED.
pag. 90. §. 161. lin. 7. für DBFC l. AGFC.

Zu gedencken.

Der Buchbinder wird ersuchet, von den Bogen A die zwey Blätter p. 9. 10. 11. und 12. desgleichen von den Bogen E das Blat p. 69. und 70. und das lezte Blat von den halben Bogen H p. 119. auszuschneiden, und statt derer diese davor einzubinden.

TAB: I.

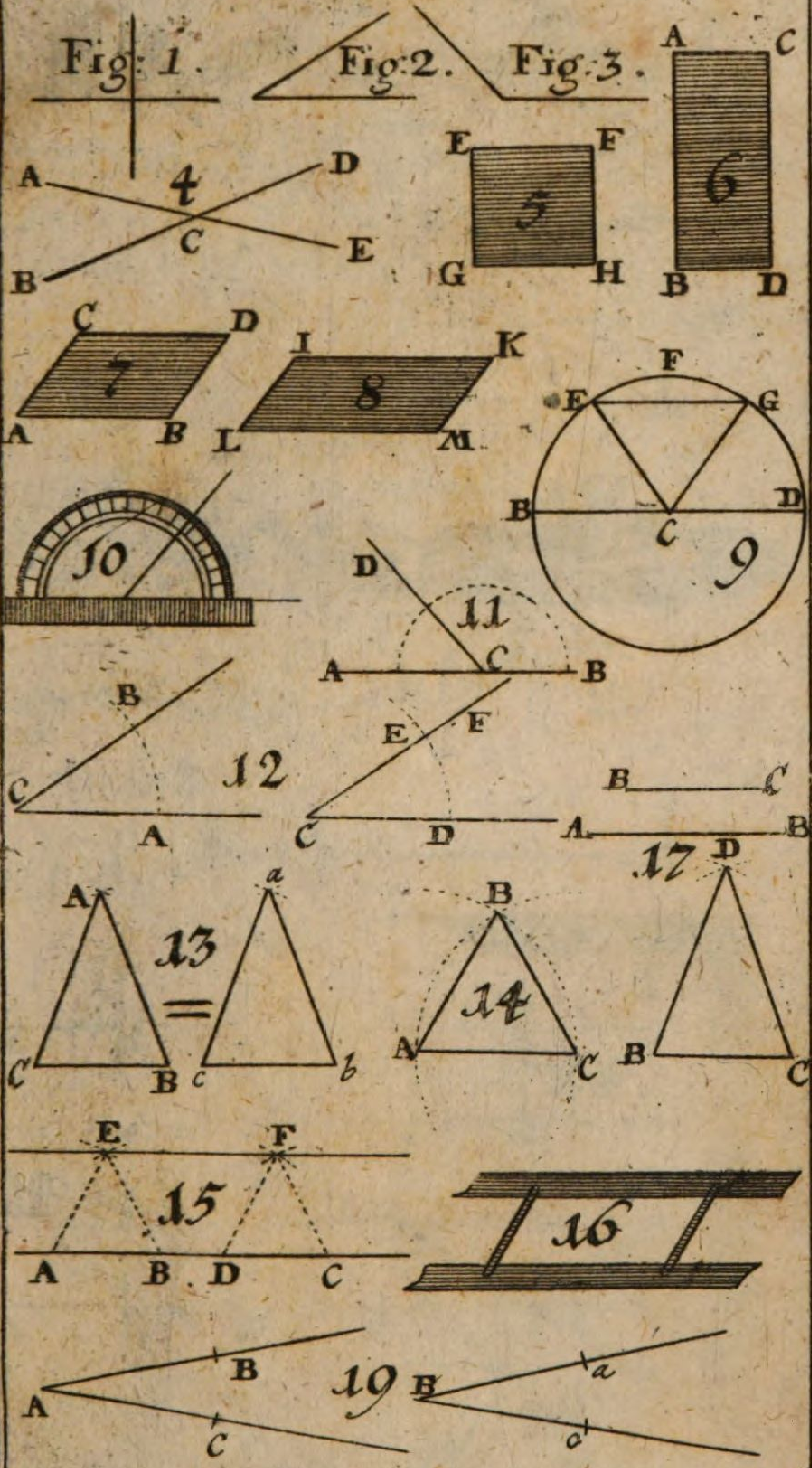
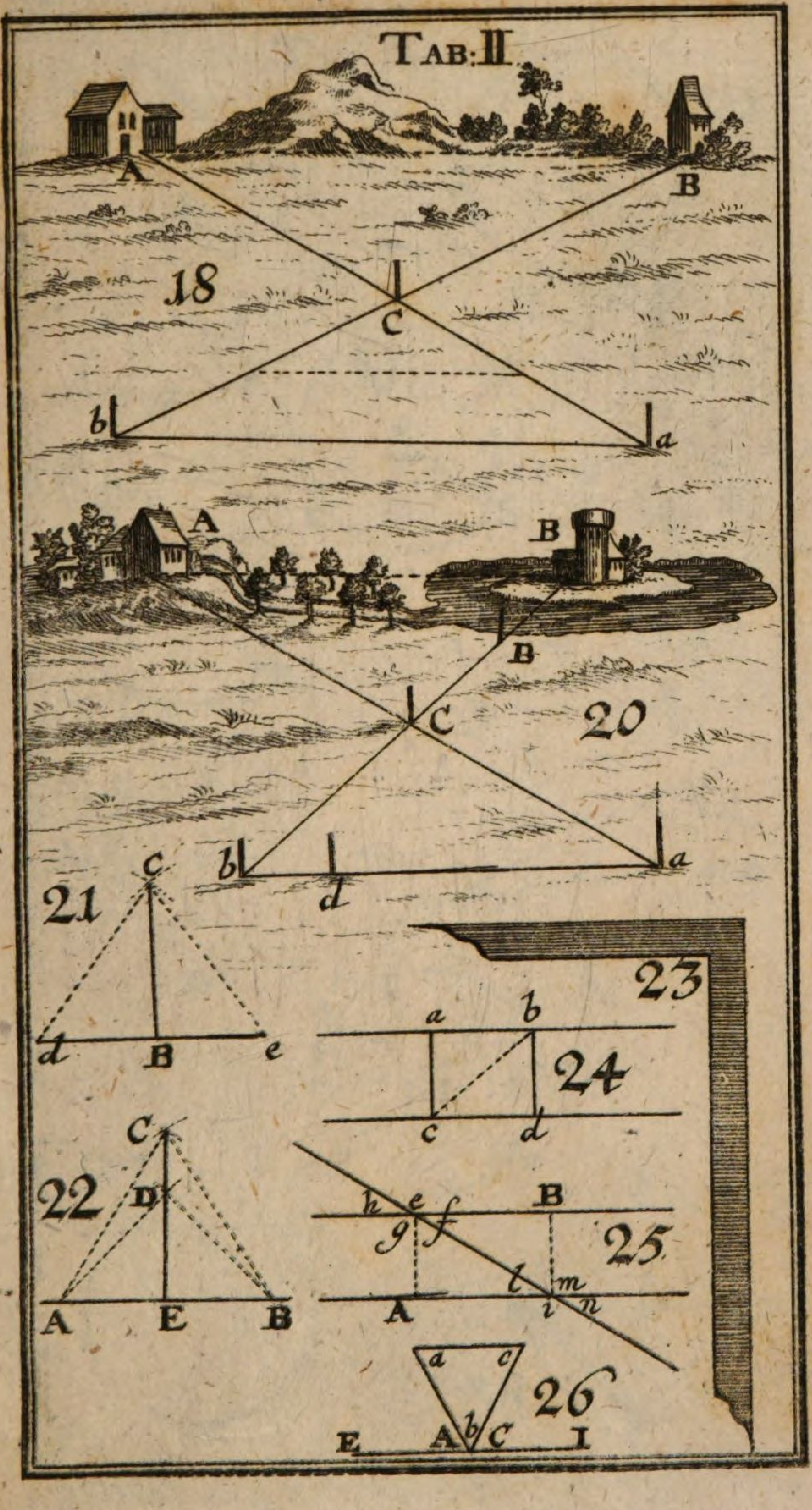
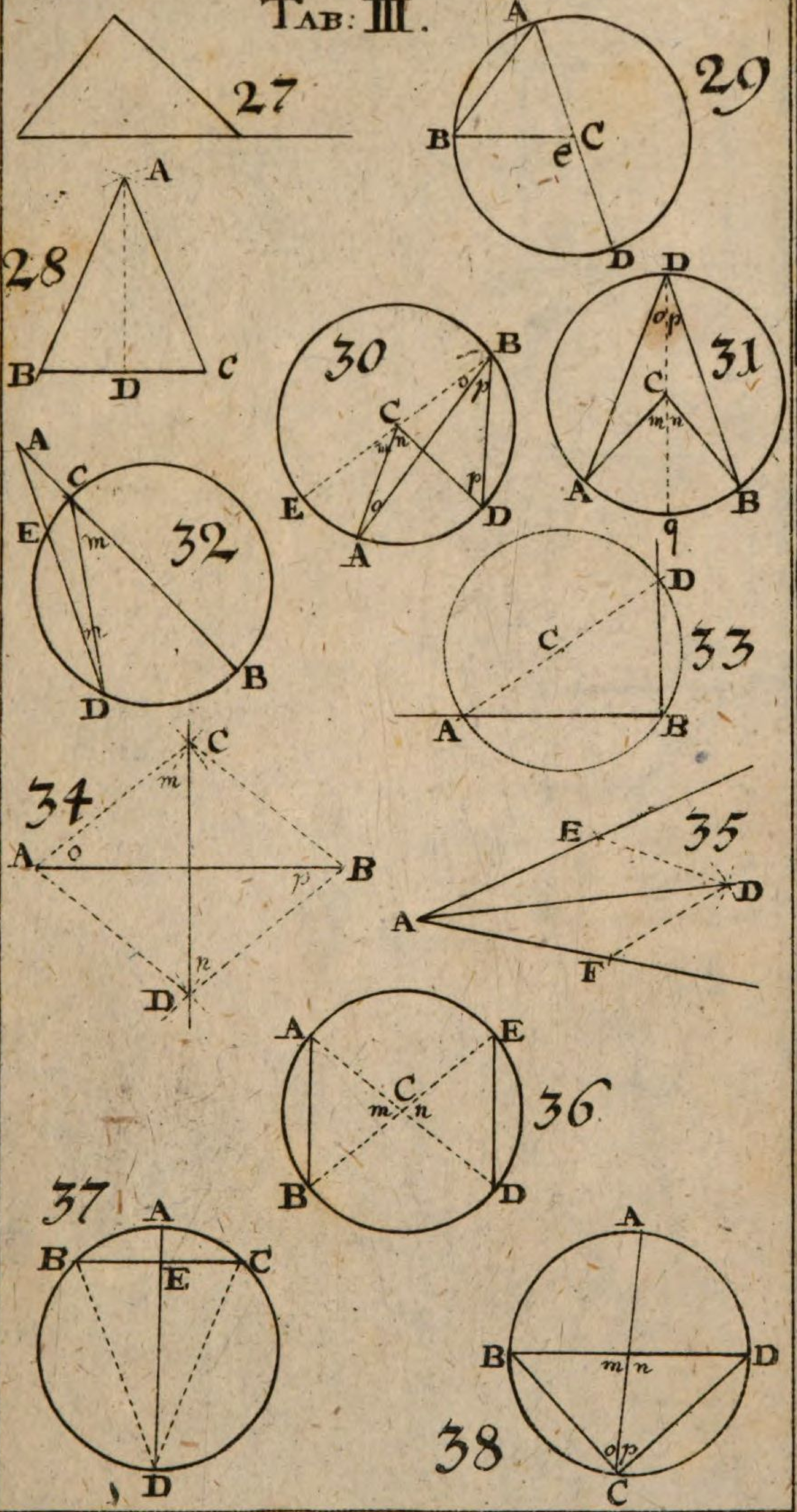
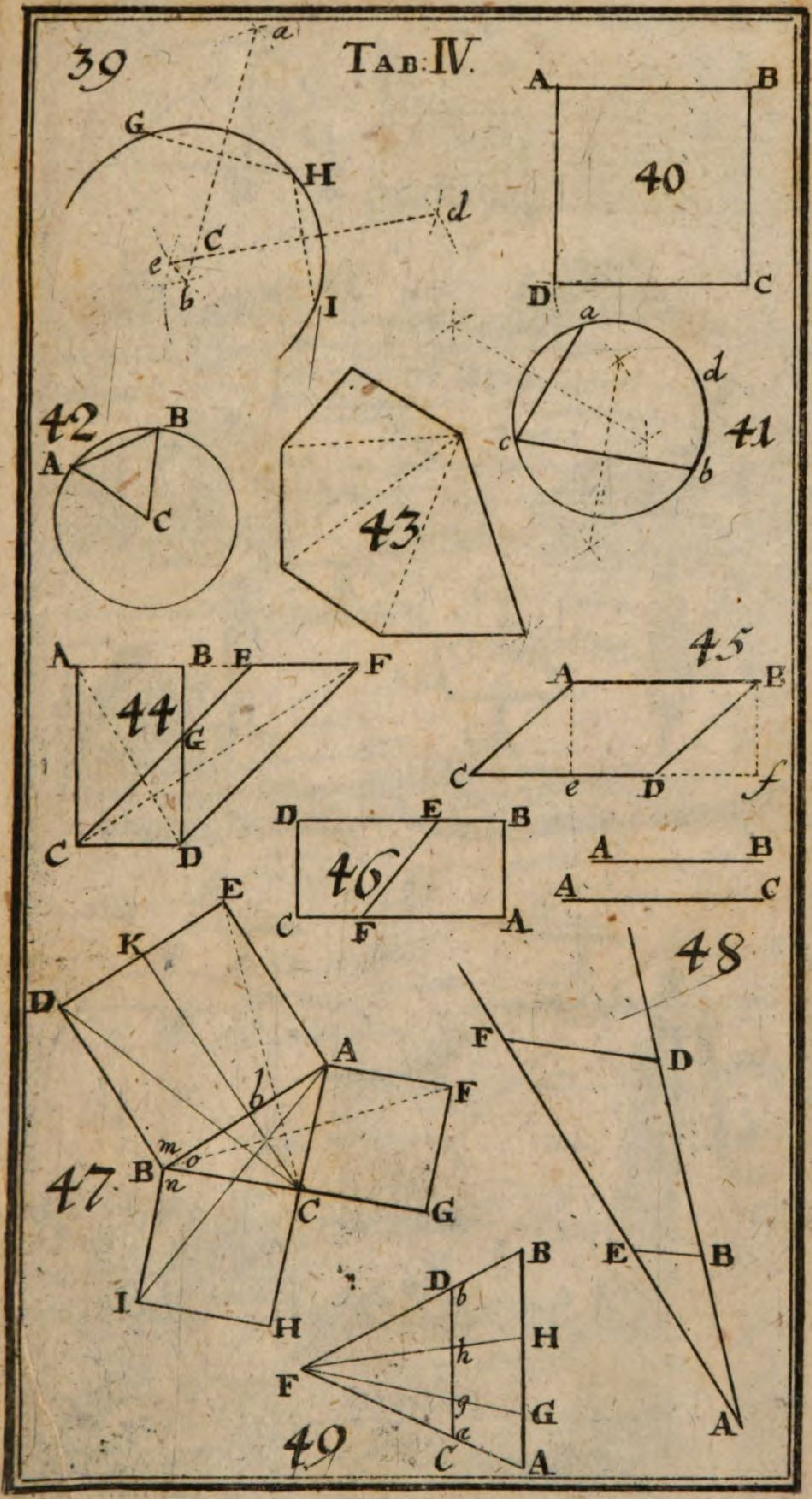


Fig: 1.
Fig: 2.
Fig: 3.
A C D E B 4
E F G H 5
A C B D 6
C D A B 7
I K L M 8
F E G B D C 9
10
D A C B 11
B C A 12
E F C D
B C A B
D 17
A C B 13 a c b
B A C 14
B C
E F A B D C 15
16
A B C
19
B a c

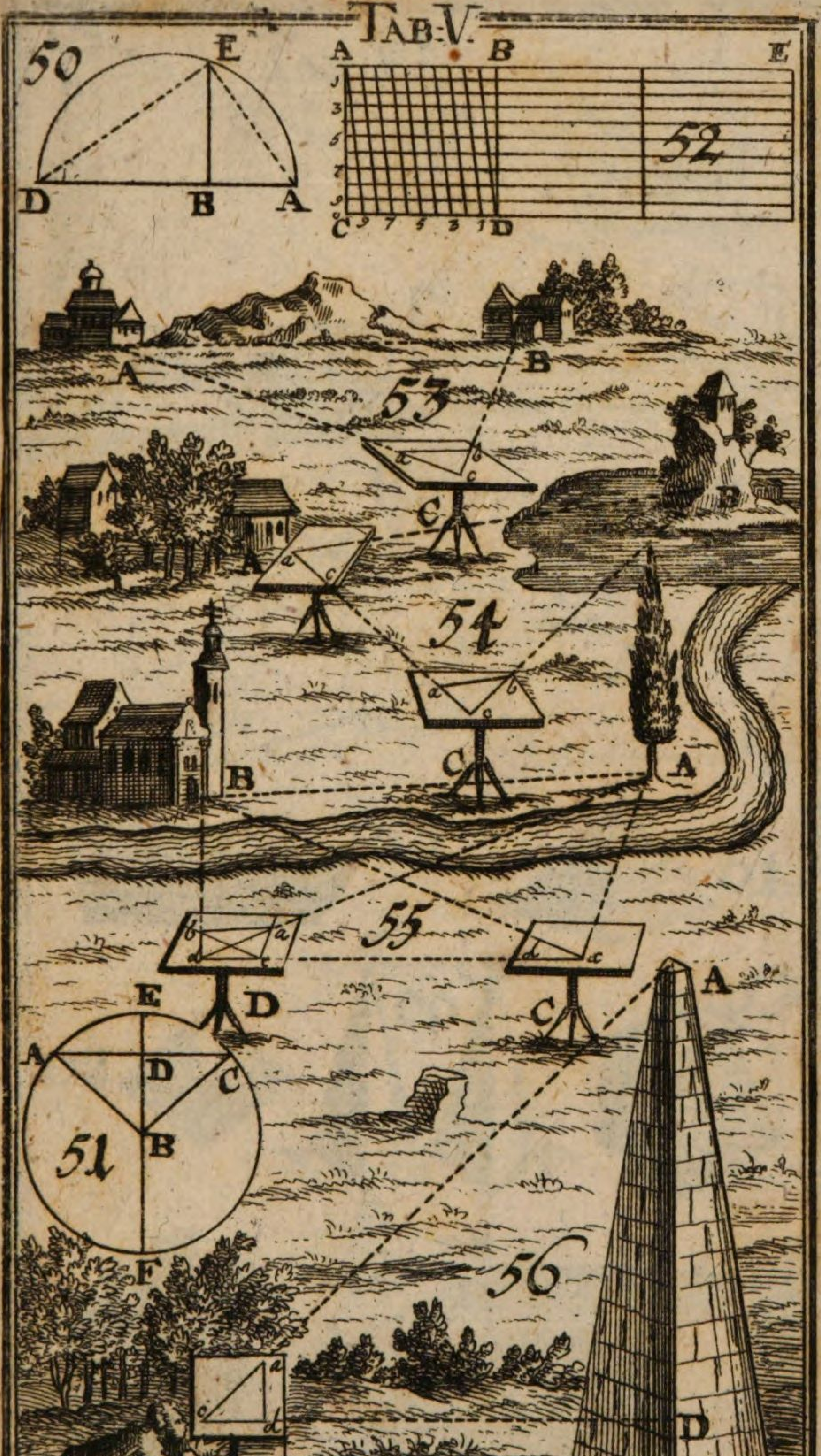

TAB: II
A
B
18
C
b
a
A
B
B
C
20
b
a
d
21
C
d
B
e
23
a
b
24
c
d
22
C
D
A
E
B
h
e
f
B
g
f
25
l
m
A
i
n
a
c
26
E
A
b
C
I

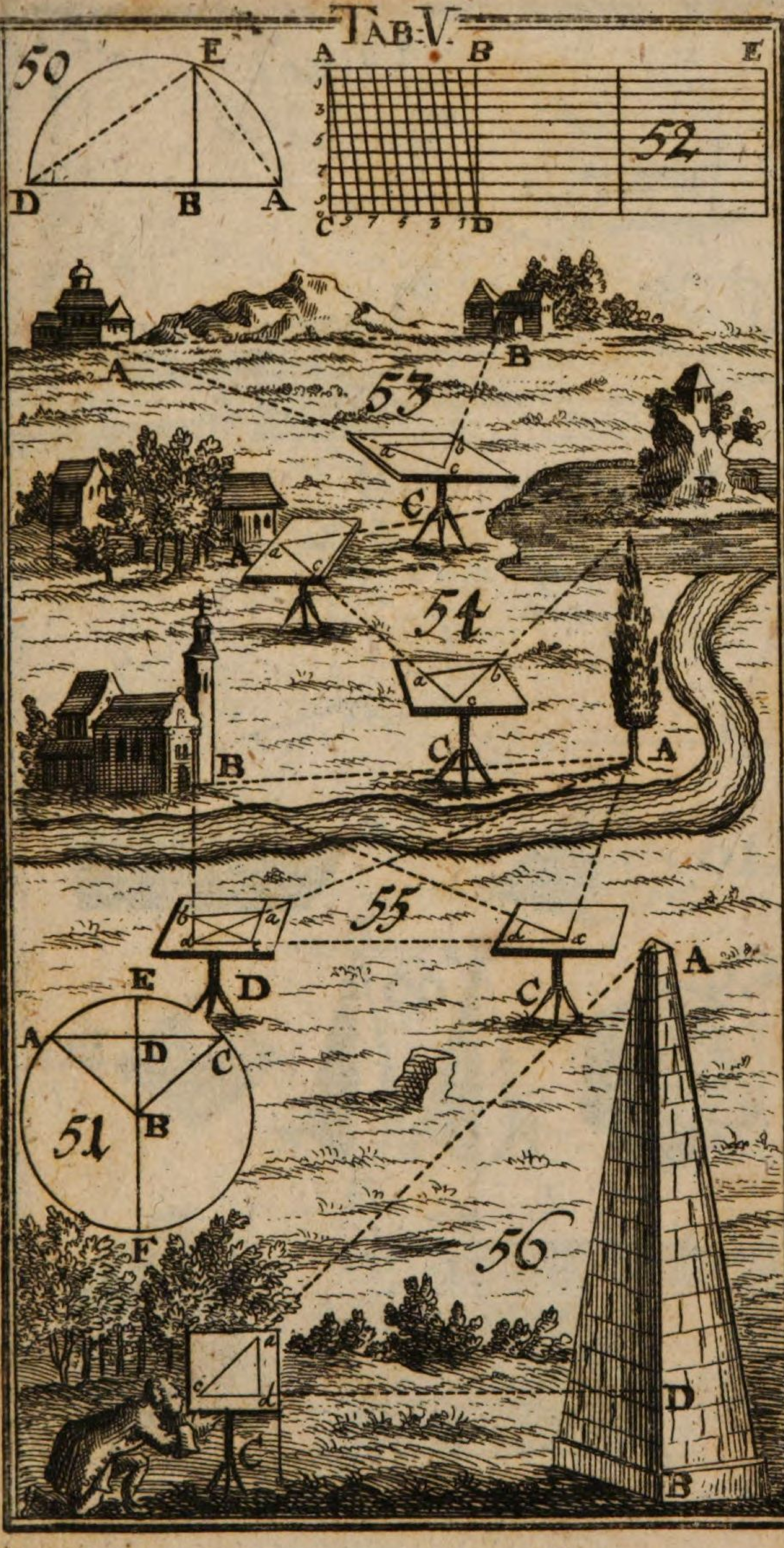
Tab: III.


27
A B C D 28
A B C e D 29
B C E A D o p m n 30
D o p C m n A B q 31
A C E m n D B 32
D C A B 33
C m A o B p n D 34
E D A F 35
A E C m n B D 36
A B C E D 37
A B m n D o p C 38

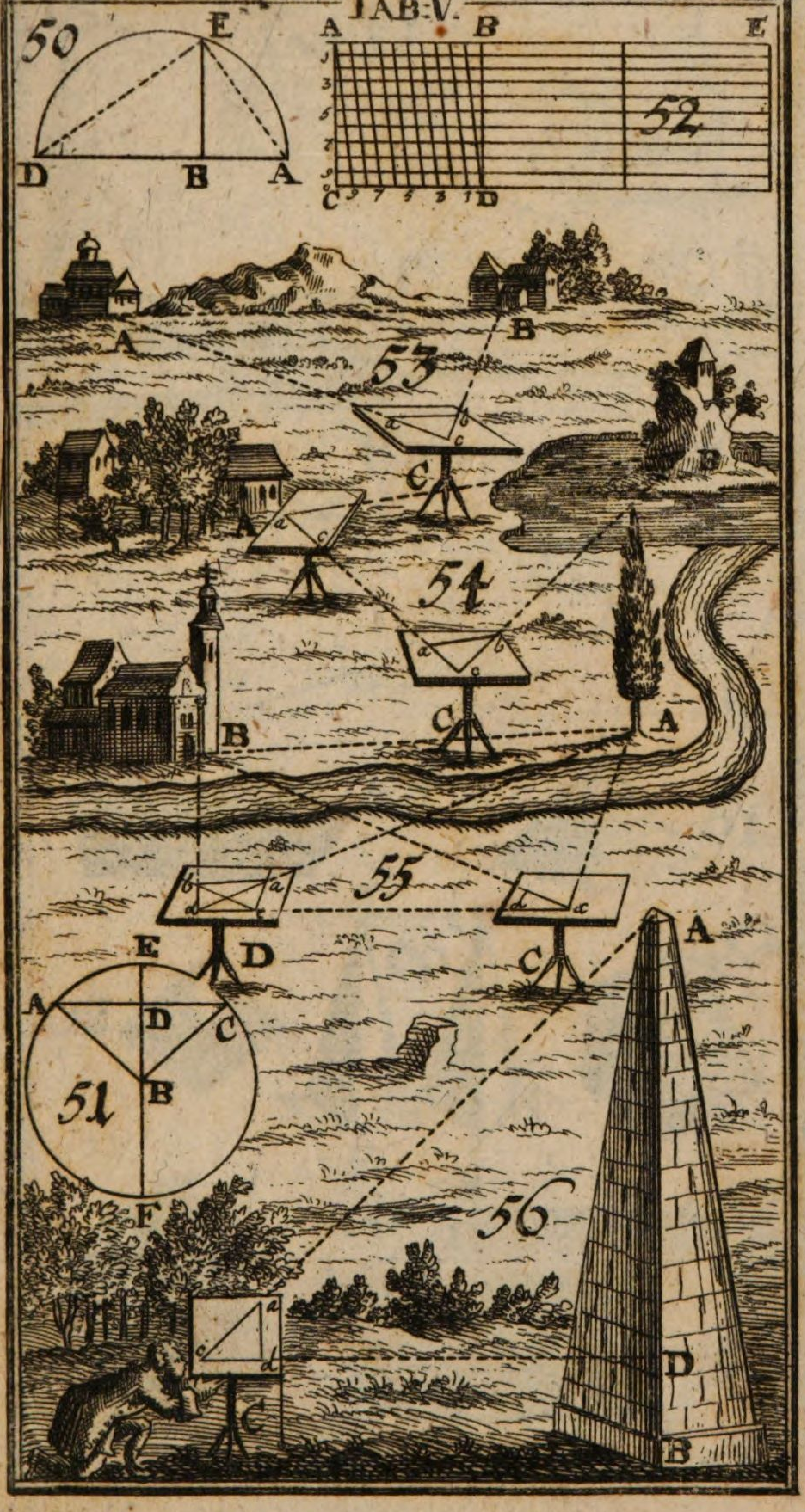

Tab. IV.
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49

TAB. V.
50
51
52
53
54
55
56

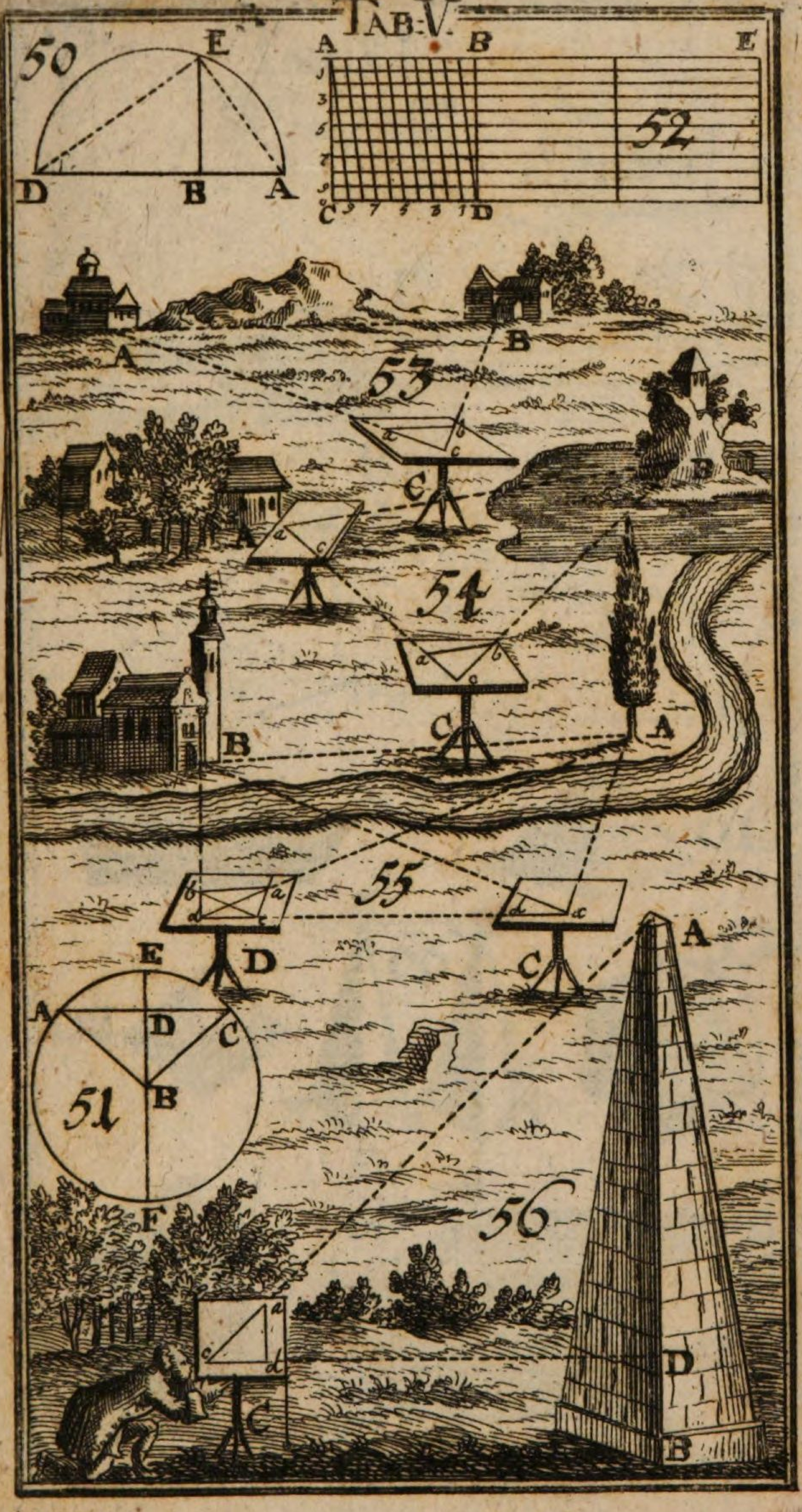

TAB. V.
50
E
D
B
A
A
B
E
52
C
D
53
54
55
56
51
F


TAB: V.
50
52
53
54
55
51
56

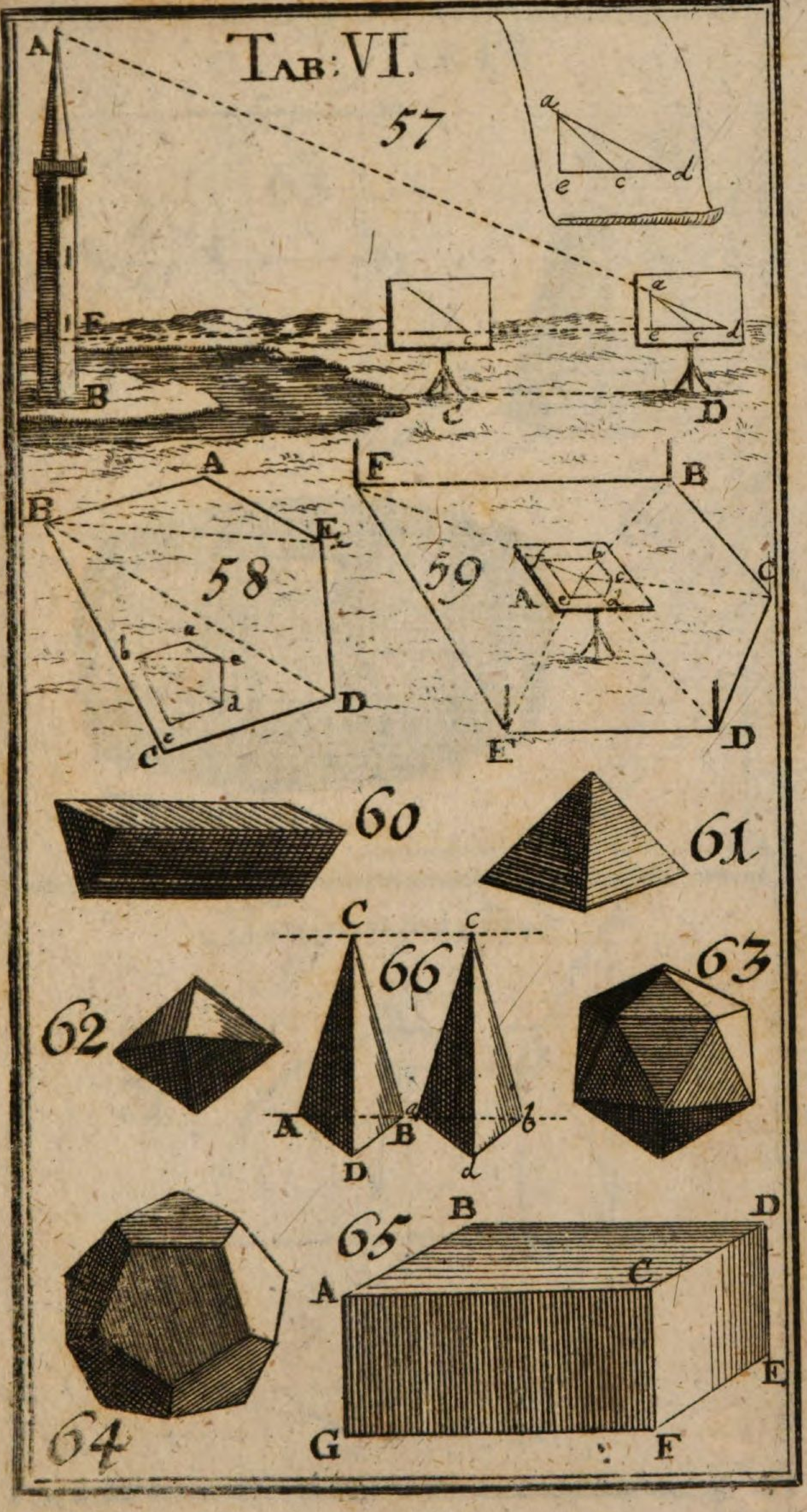
Tab. V.


50
E
D B A
A B E
52
C D
A B
53
a b c
C
A B
a c
54
a b c
C
B A
b a
d c
55
d c
D C
E
A D C
B
51
F
A
56
a
c d
C
D
B

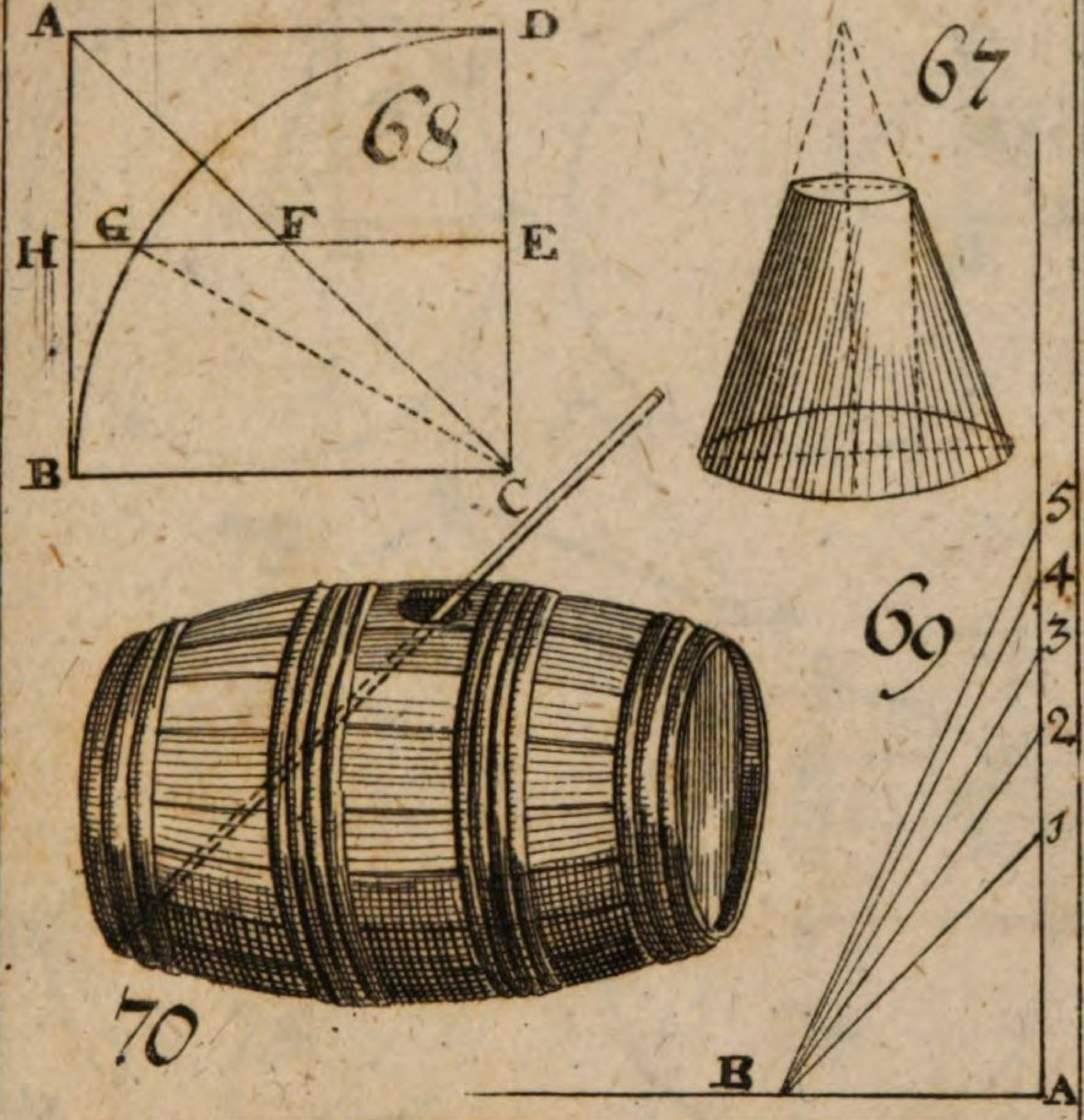
TAB:V.



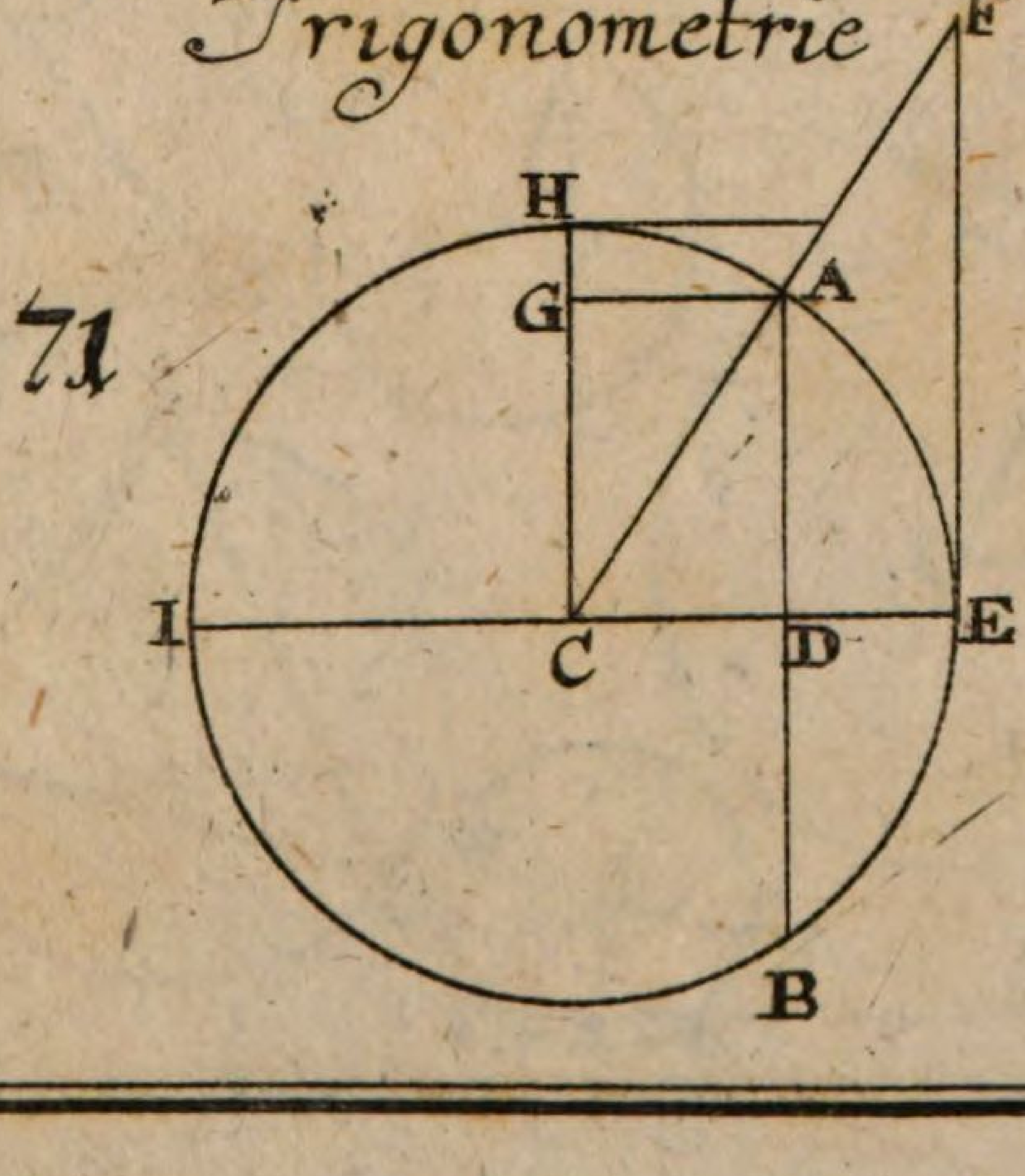
TAB: VI.


57
A
E
B
C
D
a
e
c
d
58
A
B
E
D
C
a
b
e
d
c
59
F
B
C
A
E
D
60
61
62
63
64
65
66
C
c
A
B
D
a
b
d
B
D
A
C
E
G
F

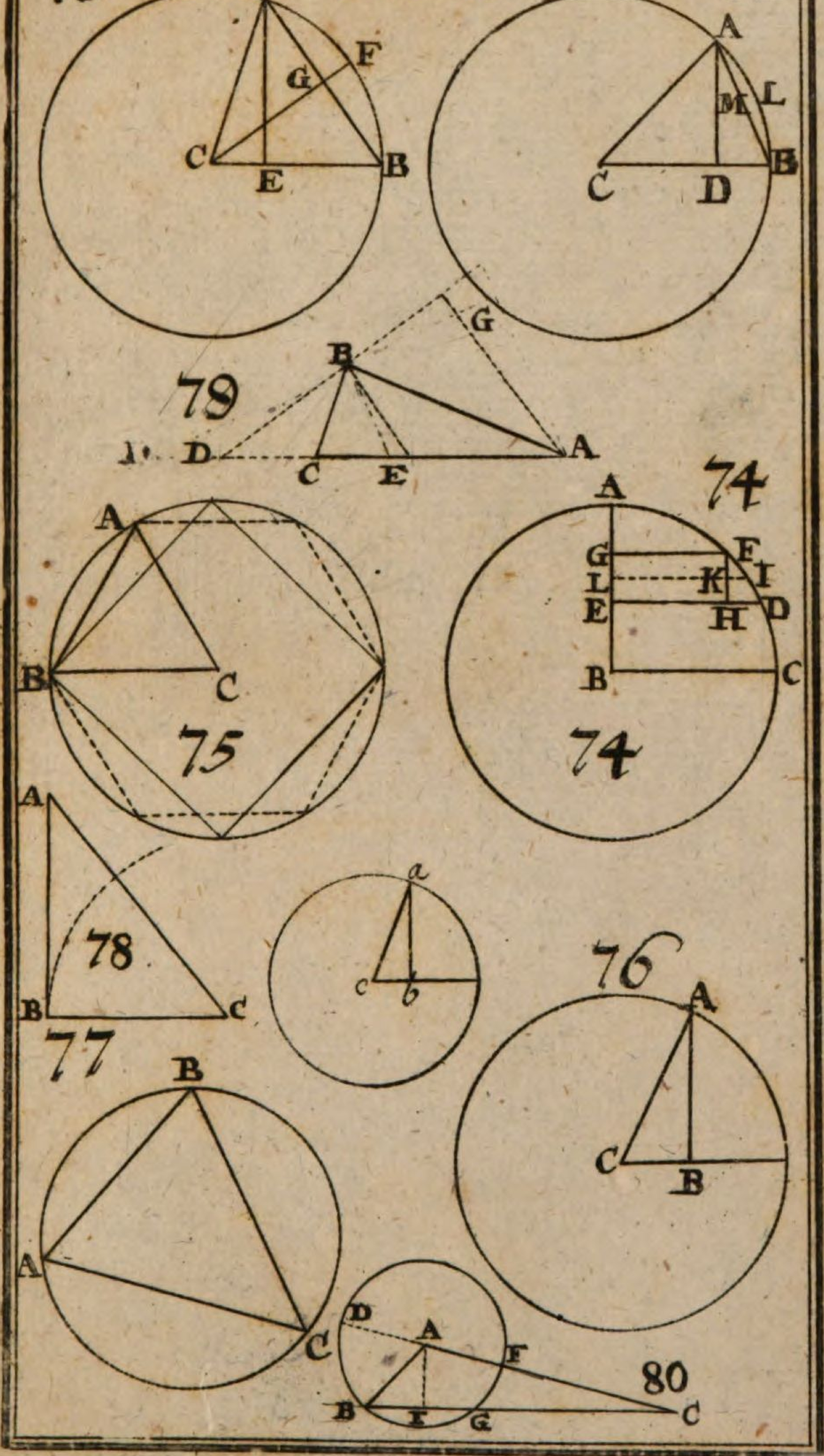
TAB: VII.



Trigonometrie



TAB VIII


73
D
F
G
C
E
B
72
A
L
M
C
D
B
79
G
B
D
C
E
A
74
A
G
F
L
K
I
E
H
D
B
C
74
A
B
C
75
A
B
C
78
a
c
b
76
A
C
B
77
B
A
C
D
A
F
80
B
I
G
C

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Grant, Bernhard,

P. Bernard Grant, O. S. B. öffentlichen Lehrers der Weltweisheit , und der Churmayntz. Gesellschaft nüzlicher Wissenschaften ordentlichen Mitgliedes. Anfangsgründe der Arithmetic, Geometrie und Trigonometrie zum Gebrauch seiner Zuhörer entworfen

Erfurt 1756

Math.p. 184
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081843-1
VD18 11280603